

# ELECTROMAGNETISMO & ÓPTICA

## MEC/LCEEGM/LCEET

### Pré- Conjunto de problemas

#### (prática em Matemática)

#### 1. *Lei de Coulomb*

A força eléctrica que uma carga de prova  $q$  sente, quando atravessa uma região no vácuo sobre influência de outra carga  $Q$ , é dada por

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \mathbf{e}_Q$$

em que  $\mathbf{e}_Q$  é o versor da direcção de  $Q$  para  $q$  (o campo eléctrico é definido como sendo a razão entre a Força eléctrica e o valor da carga de prova,  $q$ ), e a constante dieléctrica no vácuo tem o valor  $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$  F/m.

Para uma carga  $Q=10$  C colocada no ponto do espaço  $\mathbf{r} = 5 \mathbf{e}_x$ , determine a força sentida por uma carga  $q=-3$  C em função das suas coordenadas  $(x,y,z)$ .

[R:  $\mathbf{F} = 2,7 \times 10^{11} [(x-5)\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z] / [(x-5)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}$ ]

#### 2. *Operador Divergência*

a) Dada a função  $f(x,y,z) = 6x + 4y^2z + 3yz^3$ , calcule o gradiente de  $f$  ( $\text{grad}f$  ou  $\nabla f$ ) no ponto  $\mathbf{r} = 3\mathbf{e}_x + 6\mathbf{e}_z$ . [R:  $\nabla f = 6\mathbf{e}_x + 648\mathbf{e}_y$ ]

b) Dado o vector

$$\mathbf{E} = 4x\mathbf{e}_x + 4y\mathbf{e}_y + 4z\mathbf{e}_z$$

calcule a sua divergência e o seu rotacional no ponto  $\mathbf{r} = 3\mathbf{e}_x + 6\mathbf{e}_z$ .

[R:  $\text{div } \mathbf{E} = 12$ ;  $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ]

c) Dado o vector

$$\mathbf{G} = x^2y\mathbf{e}_x + z^3\mathbf{e}_y + xye_z$$

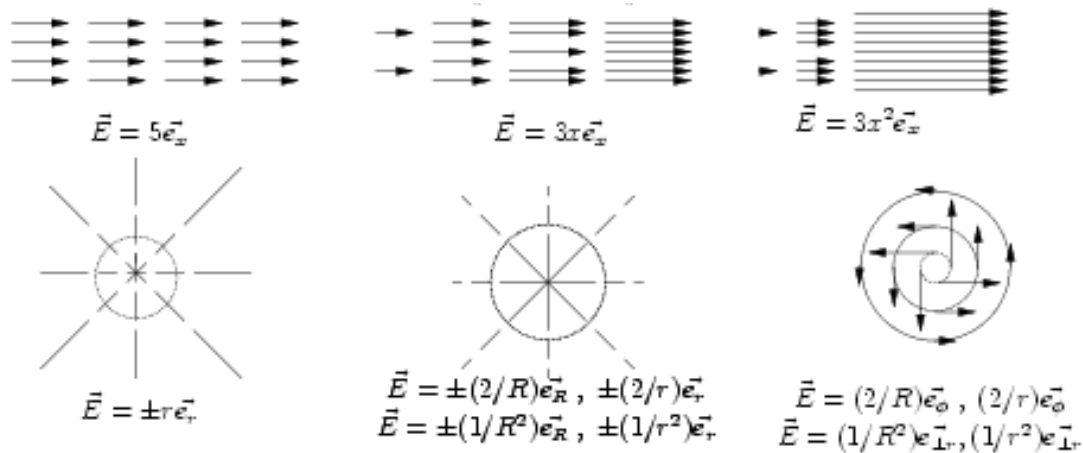
calcule a sua divergência e o seu rotacional no ponto  $\mathbf{r} = 3\mathbf{e}_x + 6\mathbf{e}_z$ .

[R:  $\text{div } \mathbf{G} = 0$ ;  $\text{rot } \mathbf{G} = -105\mathbf{e}_x - 9\mathbf{e}_z$ ]

#### 3. *Divergência e rotacional*

Dos campos vectoriais representados pelas linhas de força nas seguintes figuras, analise qualitativamente e determine se as respectivas divergências são nulas, positivas ou negativas, e se os rotacionais são ou não nulos em todos os pontos do espaço.

Nas figuras, as dependências com  $R$  representam simetrias cilíndricas, e as dependências com  $r$  representam simetrias esféricas.



#### 4. Campo Eléctrico

Calcule o campo eléctrico no ponto  $\mathbf{r} = 4\mathbf{e}_y$  causado por 3 cargas de intensidade respectivamente iguais a -3 C, -3 C, e 6 C, localizadas em  $\mathbf{r}_1 = -3\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{r}_2 = 3\mathbf{e}_x$ , e  $\mathbf{r}_3 = -1,59\mathbf{e}_y$ .  
[R: 0 (com  $\mathbf{r}_3 = -1,59017\mathbf{e}_y$ )]

#### 5. Força Eléctrica

Se as moléculas de água no corpo humano perdessem um electrão (permanentemente, não para o meio), ficando as pessoas com um ligeiro excesso de carga positiva, quantifique a força de repulsão entre duas pessoas a um metro de distância (massa das pessoas aproximadamente igual a 60 Kg, e contendo 70% de água).

Calcule a força gravítica e a força eléctrica que atrai o electrão ao protão no átomo de hidrogénio sabendo que o raio da órbita é aproximadamente igual a  $5,292 \times 10^{-11}$  m (0,05292 nm),  $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$  Kg,  $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$  Kg,  $G_N = 6,673 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> Kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>,  $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$  F/m, e que carga do electrão e do protão são de sinal contrário e iguais em módulo a  $e = 1,609 \times 10^{-19}$  C.

Calcule a força gravítica de atracção e a força eléctrica de repulsão entre dois protões no núcleo de hélio, sabendo que a distância média entre eles é de aproximadamente 0,5 fm =  $5 \times 10^{-16}$  m, e usando os dados do problema anterior (mas existe o núcleo de Hélio, certo?!).

[R:  $4,55 \times 10^{26}$  N;  $F_e = 8,23 \times 10^{-8}$  N,  $F_G = 3,62 \times 10^{-47}$  N;  $F_e = 922$  N,  $F_G = 7,44 \times 10^{-34}$  N]