

ELECTROMAGNETISMO & ÓPTICA

MEC/LCEEGM

3º Conjunto de problemas

1. Capacidade e meios dieléctricos

Dois condutores planos quadrados e iguais, com área total 2 m^2 , estão sob influência mútua separados por uma distância $d=4 \text{ mm}$. O meio entre eles tem uma constante dieléctrica $\epsilon = 2\epsilon_0 = 1,77 \times 10^{-11} \text{ F/m}$. Justifique todas as aproximações que entender aplicar. Se a carga total num dos condutores for $Q = 4 \mu\text{C}$,

- Determine a carga total no outro condutor. [R: $-4 \mu\text{C}$]
- Calcule o campo eléctrico em todo o espaço. [R: $|E| = 1,13(8) \text{ V/m}$]
- Determine a diferença de potencial entre os condutores. [R: $4,52(5) \text{ V}$]
- Calcule a capacidade deste sistema capacitivo (condensador). [R: $8,854 \text{ nF}$]

Introduz-se agora um terceiro condutor igual entre os dois condutores, ficando à distância $d=1 \text{ mm}$ do condutor da direita. Despreze a espessura dos condutores.

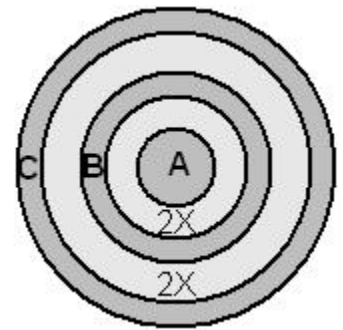
- Calcule a capacidade do sistema total. [R: $8,854 \text{ nF}$]

Finalmente substitui-se o meio da direita por ar, com constante dieléctrica aproximadamente igual à do vácuo, $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$.

- Calcule a capacidade do sistema total. [R: $7,08 \text{ nF}$]

2. Capacidade e meios dieléctricos

Um condutor esférico maciço de raio $R_A=0,05 \text{ m}$ tem uma carga $Q=+5 \text{ C}$ uniformemente distribuída. Envolvendo esta esfera encontram-se outras esferas condutoras 2 e 3, ocas e electricamente descarregadas, de raios interiores $R_{BI}=0,2 \text{ m}$, $R_{CI}=0,4 \text{ m}$, e raios exteriores $R_{BE}=0,25 \text{ m}$, $R_{CE}=0,45 \text{ m}$, respectivamente, como mostra a figura. Os meios entre os condutores têm constante dieléctrica $\epsilon = 2X = 2\epsilon_0 = 1,77 \times 10^{-11} \text{ F/m}$. No exterior do sistema tem-se constante dieléctrica $\epsilon = \epsilon_0$.

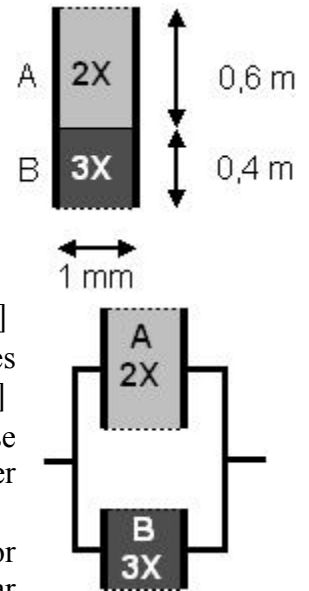


- Determine o campo eléctrico em função da distância r ao centro das esferas. [R: $r \in [0, R_A[\cup]R_{BI}, R_{BE}[\cup]R_{CI}, R_{CE}[$: $E=0$;
 $r \in]R_A, R_{BI}[\cup]R_{BE}, R_{CI}[$: $E=2,25 \times 10^{10}/r^2 \text{ (V/m)}$; $r > R_{CE}$: $E=4,5 \times 10^{10}/r^2 \text{ (V/m)}$]
- Determine o potencial eléctrico em função da distância r ao centro das esferas. [R: (com $V(\infty)=0$), $V(r \leq R_A)=4,7 \times 10^{11} \text{ V}$; $V(R_A \leq r \leq R_{BI})=2,13 + 2,26/r \text{ (} \times 10^{10} \text{ V)}$;
 $V(R_{BI} \leq r \leq R_{BE})=1,34 \times 10^{11} \text{ V}$; $V(R_{BE} \leq r \leq R_{CI})=4,38 + 2,26/r \text{ (} \times 10^{10} \text{ V)}$;
 $V(R_{CI} \leq r \leq R_{CE})=10^{11} \text{ V}$; $V(r \geq R_{CE})=4,5 \times 10^{10}/r \text{ (V)}$]
- Calcule a capacidade do sistema. [R: $13,5 \text{ pF}$]
- Se ligar a esfera exterior à Terra ($V_3 = 0 \text{ V}$), qual a carga nesse condutor, Q_3 ? [R: -5 C]

3. Campo Eléctrico e Capacidade

Considere o sistema esquematizado na figura, em que duas placas condutoras planas e sob influência mútua, envolvem duas regiões A e B com constantes dieléctricas respectivamente iguais a $\epsilon_A = 2X = 10\epsilon_0$, $\epsilon_B = 3X = 15\epsilon_0$.

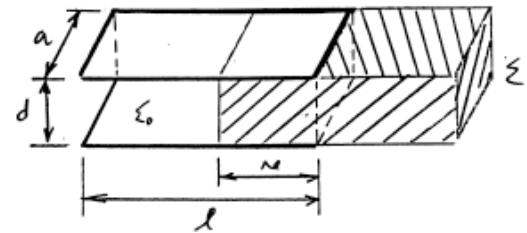
As placas são quadradas com 1 m de lado.



- Se a diferença de potencial eléctrico entre as placas for $\Delta V = 10V$, qual o valor do campo eléctrico E em todo o espaço? Justifique. [R: $10^4 V/m$]
- Usando o Teorema de Gauss, calcule o valor da carga total nas regiões da placa esquerda em contacto com as regiões A e B? [R: $A=B=531 nC$]
- Qual a capacidade deste sistema, e quais as capacidades obtidas se partíssemos as placas pela linha de fronteira entre as regiões A e B (ver figura)? [R: $C=1,062 \times 10^{-7} F$; $C_A=C_B=C/2$]
- Se ligássemos estes dois sistemas A e B em paralelo num circuito, por qual deles fluiria melhor a corrente eléctrica (antes de carregar totalmente)? E se retirássemos os meios dieléctricos, ficando com ar em ambos os casos, por qual deles fluiria melhor a corrente eléctrica (antes de carregarem)? Justifique sumariamente em ambos os casos. [R: igual nos 2; maior em A]

4. Capacidade [problema 99 do {apoio}]

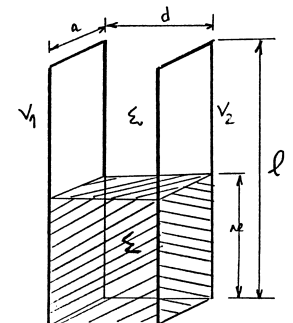
Considere um condensador plano, suposto ideal, de dieléctrico vácuo, de armaduras de área $A = a \times l$, separadas da distância d . Supondo que o espaço entre as armaduras é gradualmente substituído por um dieléctrico de permissividade ϵ , determine:



- A capacidade $C(x)$ do condensador assim formado. [R: $(\epsilon_0(l-x) + \epsilon x) \cdot a/d$]
- A variação de energia electrostática a cargas constantes, após a substituição completa do vácuo pelo dieléctrico de permissividade ϵ . [R: $Q^2 d / (2a l) \cdot (\epsilon_0 - \epsilon) / \epsilon \epsilon_0$]
- Refaça a alínea anterior assumindo que a substituição se faz a potenciais constantes. [R: $V^2 (\epsilon - \epsilon_0) a l / (2d)$]

5. Capacidade [problema 100 do {apoio}]

Um líquido dieléctrico de permissividade ϵ e massa volúmica ρ é “aspirado” na vertical, a potenciais constantes, pelo condensador da figura. Calcule:



- A Capacidade do condensador em função da altura x ? [R: $C(x) = (\epsilon_0(l-x) + \epsilon x) \cdot a/d$]
- A força electrostática que se exerce sobre o dieléctrico. [R: $(V_1 - V_2)^2 \cdot a(\epsilon - \epsilon_0) / (2d) e_X$]
- A posição de equilíbrio da superfície líquida. [R: $x_{eq} = (V_1 - V_2)^2 \cdot (\epsilon - \epsilon_0) / (2d^2 \rho g)$]
- O Balanço de energia. [R: $\Delta W_C = (V_1 - V_2)^4 (\epsilon - \epsilon_0)^2 \cdot a / (4d^3 \rho g) = \Delta E_{PG} = -\Delta E_{bateria} / 2$]