# AMPLITUDE DE DIFUSÃO E TAXA DE INTERACÇÃO

1 partícula incidente → 1 partícula alvo no volume $V = L^3$

Fluxo incidente $\phi = n_b v_i = v_i / V$ ; Alvo $N_a = 1$

Taxa de interacção : difusão da partícula i em $d\Omega$

$$dW = \frac{v_i}{V} \frac{d\sigma(\theta,\varphi)}{d\Omega} d\Omega$$ ← definição de $\sigma$

- Difusão de partícula i não relativista no potencial $V(\vec{x})$:

estado inicial $\psi_i = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp[i \vec{q}_i \cdot \vec{x}]$

estado final $\psi_f = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp[i \vec{q}_f \cdot \vec{x}]$

↳ normalização: 1 partícula no volume V

condições fronteira :

$$\psi(-L/2, y, z) = \psi(L/2, y, z)$$

idêntico para y e z

no limite $V = L^3 \to \infty$ o resultado é independente da forma das cond. fronteiras

teoria de perturbações em 1ª ordem (aproximação de Born)

$$dW = 2\pi \left| \int d^3x \, \psi_f^* V(\vec{x}) \psi_i \right|^2 \rho(E_f)$$

$\rho(E_f)$: densidade de estados finais

Substituindo $\psi_i$ e $\psi_f$:

$$dw = \frac{2\pi}{V^2}\rho(E_f)\left|\mathcal{M}(\vec{q})\right|^2$$

amplitude de difusão

densidade estados finais:

$\rho(E)dE$ : número de estados quânticos possíveis das partículas finais com energia total entre $E$ e $E+dE$

Cálculo:

$$\rho(E)dE = \rho(q)\frac{dq}{dE}dE \qquad q = |\vec{q}|$$

condições fronteira:

$$L = n_x \cdot \lambda_x = n_x \frac{2\pi}{q_x} \quad \text{, identico para } y \text{ e } z$$

$$n_x = \frac{L}{2\pi}q_x \rightarrow dn_x = \frac{L}{2\pi}dq_x \quad , \quad ''$$

número de estados: $dn_x \cdot dn_y \cdot dn_z = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 d^3\vec{q}$

$$d^3\vec{q} = q^2\, dq\, d\Omega$$

donde $\rho(q)dq = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 d^3\vec{q} = \frac{V}{8\pi^3}q^2\, dq\, d\Omega$

mudanças de variáveis $\frac{dq}{dE} = \frac{1}{v}$ $\quad (q = mv)$

$$\rightarrow \boxed{\rho(E_f) = \frac{V}{8\pi^3}\frac{q_f^2}{v_f}d\Omega}$$

Conservação de energia na difusão elástica:

$$v_i = v_f = v \qquad q_i = q_f = m v$$

Obtem-se:

$$dW = \frac{v}{V} \cdot \frac{m^2}{4\pi^2} \left| \mathcal{M}(q) \right|^2 d\Omega$$

Finalmente, comparando com a expressão inicial

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m^2}{4\pi^2} \left| \mathcal{M} \right|^2}$$

▶ <u>Caso relativista</u>:

$$a(\vec{q}_i) + b(-\vec{q}_i) \longrightarrow c(\vec{q}_f) + d(\vec{q}_f)$$

(no C.M.)

$q_i \neq q_f$

$v_i \neq v_f$

$\frac{dq}{dE} = \frac{1}{v}$ é válido em cinemática relativista

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{q_f^2}{v_i v_f} \left| \mathcal{M} \right|^2$$

- Extensão ao caso das partículas com spin

feixes e alvos não-polarizados

1) Média sobre os estados de spin das partículas iniciais

$$|\mathcal{M}|^2 \longrightarrow \overline{|\mathcal{M}|^2}$$

2) Soma sobre os estados de spin das partículas finais

taxas são multiplicadas por $(2s_f+1)$ para cada partícula final de spin $s_f$

3) Integração em $\phi$ da secção eficaz

$\longrightarrow$ factor $2\pi$

Resulta:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{(2s_c+1)(2s_d+1)}{2\pi} \frac{q_f^2}{v_i v_f} \overline{|\mathcal{M}|^2}$$