MEDIDAS DE MASSA

Baseam-se nas relações:

$$E^2 = p^2 + m^2$$

$$\vec{p} = m\gamma\vec{\beta}$$

$$\beta = v/c \quad , \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$$

<u>Medidas directas:</u>

Medidas de energia (calorímetros)

Medidas de momento (campos magnéticos)

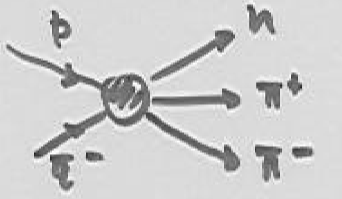
Medidas de velocidade (tempo de voo, Cherenkov, ionização)

→ válido para partículas de tempo de vida longo

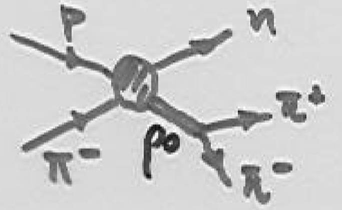
DIAGRAMA DE MASSA INVARIANTE

À reacção $p\pi^- \to n\pi^+\pi^-$ correspondem dois mecanismos possíveis:

1) produção incoerente:



2) produção da ressonâcia $\rho^0 \to \pi^+\pi^-$



$\tau(\rho^0 \to \pi^+\pi^-) = 6\times10^{-24}$ s $\longrightarrow$ $L = c\tau = 1,5$ fm indetectável!

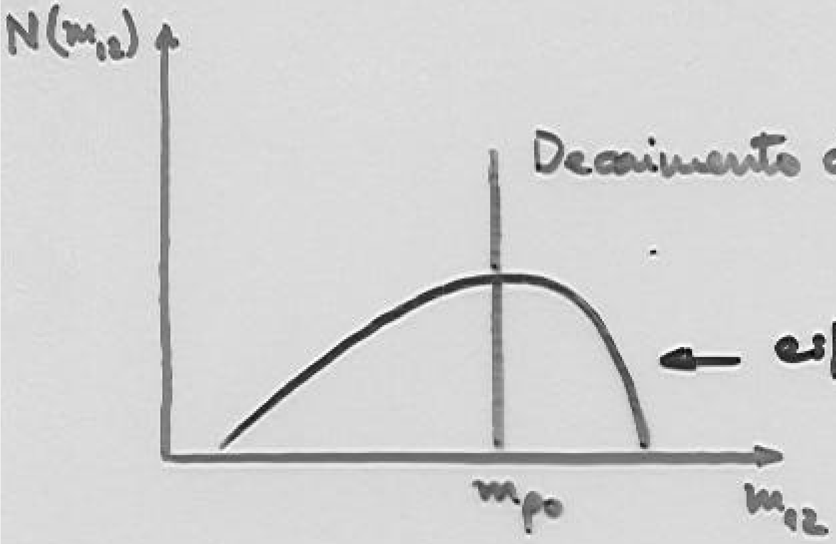
Massa invariante do sistema de 2 piões:

$$m_{12} = \sqrt{(\underset{\sim}{p_1}+\underset{\sim}{p_2})^2} = \left[\underbrace{(E_1+E_2)}^2 - \underbrace{(\vec{p}_1+\vec{p}_2)}^2\right]^{1/2}$$

↳ campo magnético

↳ percurso médio na matéria, ionização, calorimetria.

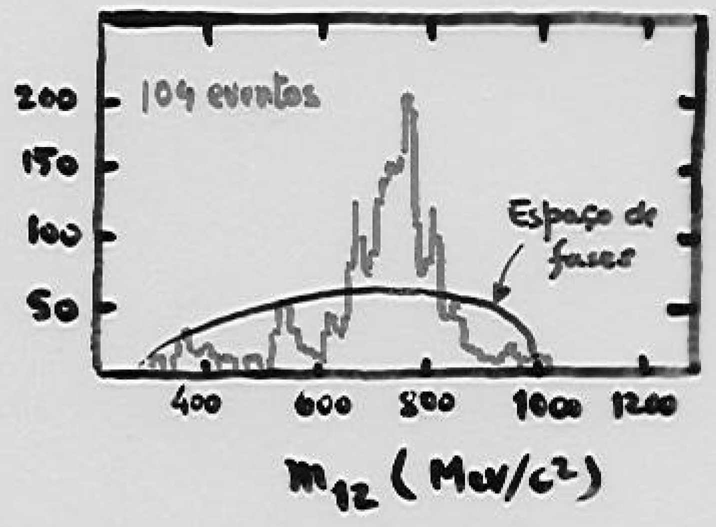
Representação gráfica :



Conservação de energia-impulsão :

$$E_\rho = E_1 + E_2$$

$$\vec{p}_\rho = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \qquad m_{12} = m_\rho = \sqrt{E_\rho^2 - p_\rho^2}$$



A.R. Erwin, Phys. Rev. Letters 6, 628 (1961)

RELAÇÃO ENTRE VIDA MÉDIA E MASSA (BREIT-WIGNER)

Define-se:

τ : TEMPO DE VIDA MÉDIO DE PARTÍCULA INSTÁVEL

$\Gamma = \hbar/\tau$: LARGURA DE DECAIMENTO (unidades GeV)

Partícula com vários <u>canais de decaimento</u>:

(ex: $Z^0 \to e^+e^-, \mu^+\mu^-, \ldots$)

Define-se <u>largura de decaimento parcial</u> Γ_f

$$\Gamma = \sum_f \Gamma_f$$

e 'branching ratio' : $B_f = \Gamma_f / \Gamma$

DISTRIBUIÇÕES DE DECAIMENTO

Função de onda do estado instável ψ_0 $(t=0)$

Funções de onda dos estados finais possíveis:

$\psi_n \; (n \geq 1)$

$$\int \psi_m^* \psi_n \, dx = 1 \quad m = n$$
$$= 0 \quad m \neq n$$

(funções ortonormais)

Função de onda do sistema no tempo t:

$$\psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) \, e^{-iE_n t} \, \psi_n(x) \qquad x \equiv \vec{x}$$

- para $t=0$: $a_0(0) = 1 \quad a_n(0) = 0 \; (n \geq 1)$

- $E_n = \int \psi_n^* H \psi_n \, dx$

A energia do estado inicial é

$E_0 \pm \Delta E$, $\Delta E \approx 1/\tau$ princípio de incerteza

→ contribuições de múltiplos estados ψ_n com energia E_n

Cálculo dos coeficientes $a_n(t)$

- substitui-se $\psi(x,t)$ na eq. Schrodinger $i\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi$

$$\sum_m \left\{ i \frac{da_m}{dt} e^{-iE_m t} \psi_m + E_m a_m e^{-iE_m t} \psi_m \right\} = \sum_m a_m e^{-iE_m t} H\psi_m$$

- multiplica-se por ψ_n^*, integra-se, usa-se ortonormalidade:

$$i \frac{da_n}{dt} = \sum_{m \neq n} H_{nm} e^{-i(E_m - E_n)t} a_m$$

- aproximação de 1ª ordem $a_m \simeq 0$ para $m \neq 0$

$$i \frac{da_n}{dt} = H_{n0} e^{-i(E_0 - E_n)t} a_0$$

- referencial próprio → $E_0 = M$ (massa da partícula)

- assume-se $a_0(t) = e^{-\Gamma t/2}$ (decaimento exponencial)

- resolvendo a eq. diferencial:

$$a_n = H_{n0} \left\{ \frac{\exp\{-i[(M-E_n) - i\Gamma/2]t\} - 1}{(E_n - M) + i\Gamma/2} \right\}$$

- no limite $t \gg \tau$, : $P_n = |a_n(\infty)|^2 = \frac{|H_{n0}|^2}{(E_n - M)^2 + \Gamma^2/4}$

prob. estado final n

Cosmética: $\quad P_n = \dfrac{2\pi}{\Gamma} |H_{n0}|^2 \, P(E_n - M)$

$$c/\ P(E-M) = \frac{\Gamma/2\pi}{(E-M)^2 + \Gamma^2/4} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} P(E-M)\, dE = 1$$

Probabilidade de decaimento no canal f:
Com energia no intervalo E e $E+dE$

$$P_f(E)\, dE = \frac{2\pi}{\Gamma} |H_{f0}|^2 \, P(E-M)\, \rho_f(E)\, dE$$

número de estados quânticos com energia entre E e $E+dE$

- assume-se $\rho_f(E) \simeq \rho_f(M)$

Probabilidade de decaimento canal f:

$$P_f = \int P_f(E)\, dE = \Gamma_f/\Gamma = \frac{2\pi}{\Gamma} |H_{f0}|^2 \rho_f(M)$$

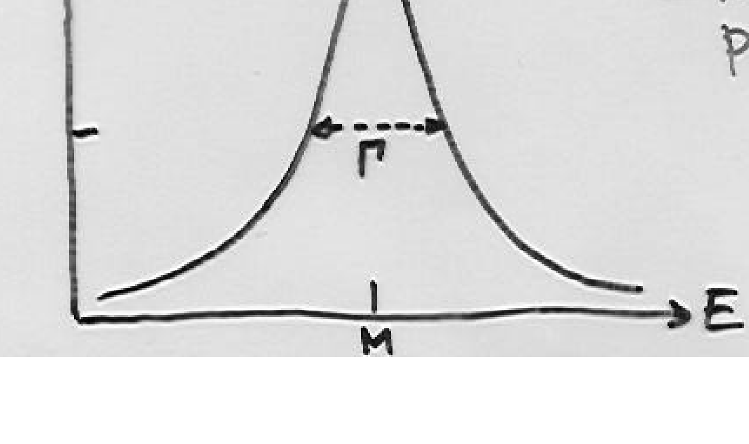
$$\Rightarrow \Gamma_f = 2\pi |H_{f0}|^2 \rho_f(M)$$

Substituindo:

$$P_f(E) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_f}{(E-M)^2 - \Gamma^2/4}$$

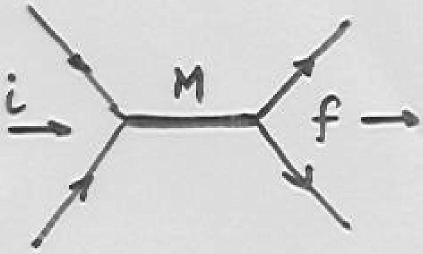
fórmula Breit-Wigner

E ← massa invariante dos produtos de decaimento



SECÇÕES EFICAZES RESSONANTES

- Estado inicial $n=1$
- Estado ressonante $n=0$



Condições fronteira:

$a_1(0)=1 \quad a_n(0)=0 \quad (n\neq 1)$

Produção da ressonância $\equiv$ transição $n=1 \rightarrow n=0$

$$i\,\frac{da_0(t)}{dt} = H_{01}\, e^{-i(E_1-E_0)t}$$

Decaimento da ressonância:

$$i\,\frac{da_0(t)}{dt} = -i\,\frac{\Gamma}{2}\, a_0(t)$$

Produção + decaimento:

$$i\,\frac{da_0(t)}{dt} = H_{01}\, e^{-i(E_1-E_0)t} - i\,\frac{\Gamma}{2}\, a_0(t)$$

Resolvendo:

$$a_0(t) = \frac{H_{01}\, e^{-i(E_1-E_0)t}}{E_1-E_0+i\,\Gamma/2} \quad ; \quad |a_0(t)|^2 = \frac{|H_{01}|^2}{(E_1-E_0)^2+\Gamma^2/4}$$

Taxa de produção do estado final f : $W_f = \Gamma_f\, |a_0|^2$

Utilizando:

$$W_f = \frac{v_i}{V}\,\sigma_{if} \quad e \quad \Gamma_i = 2\pi\, |H_{10}|^2 \rho(E_0) = \frac{V}{\pi}\,\frac{q_i^2}{v_i}\,|H_{10}|^2$$

Resulta:

$$\boxed{\sigma_{if} = \frac{\pi}{q_i^2}\,\frac{\Gamma_i\,\Gamma_f}{(E_1-E_0)^2 - \Gamma^2/4}} \quad \begin{pmatrix} E_0 = M \\ \text{C.M.} \end{pmatrix}$$