Análise dimensional (exemplo)

Difusão de Thomson:

$$\sigma = \frac{8\pi}{3}\,\frac{\alpha^2}{m_e^2}$$

Cálculo de σ em barn $\quad (1\,\text{barn} = 10^{-28}\,m^2)$

- Introduz-se potências de $\hbar$ e c na fórmula

$$\sigma = \frac{8\pi}{3}\,\frac{\alpha^2}{m_e^2}\,\hbar^a c^b$$

- Exige-se que σ tenha dimensões L^2:

$$\begin{aligned}\sigma &\equiv M^{-2}(E.T)^a (LT^{-1})^b \\ &\equiv M^{-2}(ML^2T^{-1})^a (LT^{-1})^b \\ &\equiv L^2 \quad \text{se } a=2 \text{ e } b=-2\end{aligned}$$

- Obtem-se:

$$\sigma = \frac{8\pi}{3}\,\frac{\alpha^2}{(m_e c^2)^2}\,(\hbar c)^2$$

- Cálculo numérico:

$$m_e c^2 = 0.511\ \text{MeV}$$

$$(\hbar c)^2 = 0.39\ 10^3\ \text{MeV}^2\,\text{barn}$$

$$\Rightarrow \sigma = 0.67\ \text{barn}$$

Cálculo de α

$$\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{\hbar c}$$

$e = 1.602\ 10^{-19}\ C$

$\hbar = 6.582\ 10^{-25}$ Gev.s

$c = 3\ 10^{8}\ m\ s^{-1}$

$\varepsilon_0 = 8.854\ 10^{-12}$ no S.I. $\rightarrow$ dimensão $T^2 Q^2 M^{-1} L^{-3}$

Verificação das dimensões:

$$\alpha \equiv \frac{1}{T^2Q^2M^{-1}L^{-3}}\frac{Q^2}{ET.LT^{-1}} \equiv \frac{1}{\underbrace{M^{-1}L^{-2}T^2}_{E^{-1}}.E} \equiv 1$$

adimensional

Cálculo:

(escolhemos trabalhar no S.I.)

$1\ eV = 1.602\ 10^{-19}\ J$

$\Rightarrow \hbar = 6.582\ 10^{-16}\ eV.s \times 1.602\ 10^{-19}\ J\ eV^{-1}$

donde: $\alpha = \frac{2.566\ 10^{-38}}{3.520\ 10^{-36}} = \frac{1}{137}$