Problemas Partículas Elementares

Interacções fracas II

1) Mostre que a forma geral de uma matriz unitária n×n é:

$$U = e^{-i\alpha}\begin{pmatrix} \cos\theta\, e^{i\beta} & \operatorname{sen}\theta\, e^{i\gamma} \\ -\operatorname{sen}\theta\, e^{-i\gamma} & \cos\theta\, e^{-i\beta} \end{pmatrix}$$

A mistura (d, s) é dada por:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \qquad U^{\dagger}U = 1$$

Mostre que a mistura pode ser reduzida a:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_c & \operatorname{sen}\theta_c \\ -\operatorname{sen}\theta_c & \cos\theta_c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

ajustando as fases arbitrárias dos quarks s, s' e d.

2) Use análise de dimensões para mostrar que:

$$\frac{\Gamma(b \to q\, e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\tau^- \to \nu_\tau\, e^- \bar{\nu}_e)} = |V_{qb}|^2 \frac{m_b^5}{m_\tau^5} \qquad (q = u, c)$$

se a troca de W for aproximada por uma interacção de alcance nulo e se a massa das partículas no estado final forem desprezadas.

Se as massas dos quarks forem consideradas, o resultado modifica-se para:

$$\frac{\Gamma(b \to q\, e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\tau^- \to \nu_\tau\, e^- \bar{\nu}_e)} = |V_{qb}|^2 \frac{m_b^5}{m_\tau^5}\, f(m_q/m_b)$$

com $f(x) = 1 - 8x^2 - 24x^4 \ln x + 8x^6 - x^8$

Use este resultado, conjuntamente com o resultado experimental:

$$\Gamma(b \to c\, e^- \bar{\nu}_e) + \Gamma(b \to u\, e^- \bar{\nu}_e) = (6.8 \pm 0.5)\ 10^{10}\ s^{-1}$$

deduzido dos decaimentos $B^- \to e^- \bar{\nu}_e$ + hadrões, para obter limites superiores nos valores de V_{ub} e V_{cb}.

3) Mostre que, caso as seguintes relações sejam exactas:

$$g_{ud} = g_{cs} = g_W \cos\theta_C$$

$$g_{us} = -g_{cd} = g_W \sin\theta_C$$

então a matriz CKM deve ser exactamente:

$$\begin{pmatrix} \cos\theta_c & \sin\theta_c & 0 \\ -\sin\theta_c & \cos\theta_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4) Se o quark top fosse estável, o estado fundamental $t\bar{t}$ (toponium) poderia ser aproximadamente descrito por um movimento não-relativista num potencial de Coulomb:

$$V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} \qquad \alpha_s \simeq 0.1$$

Use o modelo de Bohr para calcular o raio do estado fundamental e o tempo necessário para efectuar uma órbita. Compare com o tempo de vida do quark top.