PARTÍCULAS ELEMENTARES

DIFUSÃO DE LEPTÕES

1) O factor de forma de difusão não-relativista de um electrão numa distribuição estática de carga $\rho(r)$ é dado por:

$$F(q^2) = \int d^3x \; \rho(r) \, e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \qquad (1)$$

onde $\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}\,'$ é o momento transferido para a partícula alvo, e $\vec{p}$ e $\vec{p}\,'$ são os momentos iniciais e finais do electrão.

Calcule a integração angular em (1) e mostre que F é de facto uma função de q^2.

Mostre que o valor quadrático médio do raio r_E é dado por:

$$r_E^2 \equiv \overline{r^2} = \int d^3x \; r^2 \rho(r) = -6 \left. \frac{dF(q^2)}{dq^2} \right|_{q^2=0}$$

2) Na difusão leptão-protão, a variável ν é definida por:

$$\nu = \frac{P\cdot q}{M}$$

onde P é o quadrimomento do protão, q o quadrimomento transferido e M a massa do protão.

Mostre que no referencial do protão (referencial do laboratório):

$$\nu = E - E'$$

onde E e E' são a energia inicial e final do leptão.

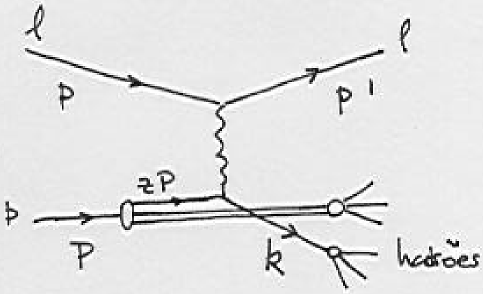
Mostre que a variável $x = Q^2/2M\nu$ pertence ao intervalo $0 \leq x \leq 1$, se as massas dos leptões forem desprezadas. $\left(Q^2 = -q^2 = -(p-p')^2\right)$

3) A difusão elástica de leptões pode ser vista como um caso particular da difusão inelástica no qual o estado final hadrónico X é um simples protão. Calcule neste caso o valor da variável x. Mostre que no referencial do protão, as energias inicial (E) e final (E') do leptão estão relacionadas por:

$$M(E-E') = EE'(1-\cos\theta)$$

onde θ é o ângulo de difusão do leptão e M a massa do protão, assumindo que a massa do leptão é desprezável face à sua energia.

4) Mostre que a fracção do momento z transportada pelo quark difundido é igual à variável x, partindo da relação:



$$\omega^2 - k^2 = m^2 \approx 0$$

onde $\vec{k}$ é o momento final do quark, ω a sua energia e m a massa. Admita que: 1) o momento P do protão é muito maior que a sua massa $P \gg M$; 2) as massas e os momentos transversos dos quarks são desprezáveis quando comparados com P e Q^2; 3) $Q^2 \gg M^2$.

5) A secção eficaz de Rutherford na aproximação de Born é dada por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m^2}{4\pi^2} |\mathcal{M}(\vec{q})|^2 \quad \text{com} \quad \mathcal{M}(\vec{q}) = -\frac{4\pi\alpha}{q^2}$$

Verifique este resultado calculando o integral:

$$\mathcal{M}(\vec{q}) = \int d^3x \, V(\vec{x}) \, e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}$$

para:

$$V(\vec{x}) = -\frac{\alpha}{r}$$