

Decaimentos Radioactivos (1)

Lei do decaimento radioactivo

A probabilidade de decaimento por unidade de tempo é constante = λ

O número de decaimentos por unidade de tempo é proporcional ao número de núcleos instáveis presentes:

$$-dN = \lambda \cdot N \cdot dt$$

donde:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Número de decaimentos por unidade de tempo (taxa de contagem):

$$-dN/dt = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = -(dN/dt)_0 e^{-\lambda t}$$

Decaimentos Radioactivos (2)

Tempo de semi-vida:

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$t_{1/2} = (\ln 2) / \lambda = 0.693 / \lambda$$

Tempo de vida médio:

$$t_{\text{medio}} = \frac{\int_0^{\infty} N(t) \cdot t \cdot dt}{\int_0^{\infty} N(t) \cdot dt} = \int_0^{\infty} \lambda \cdot t \cdot e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

Decaimentos Radioactivos dos Núcleos

Decaimento alfa:

Emissão de uma partícula α (núcleo de He, 2p+2n) $A \rightarrow B + \alpha$

Decaimento beta:

Decaimento β^- : $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ (neutrão decai em protão, electrão e anti-neutrino)

Decaimento β^+ : $p \rightarrow n + e^+ + \nu$ (protão decai em neutrão, positrão e neutrino)

Captura electrónica:

O núcleo capta um electrão orbital: $p + e^- \rightarrow n + \nu$, seguido de emissão de raio-X

Decaimento gama:

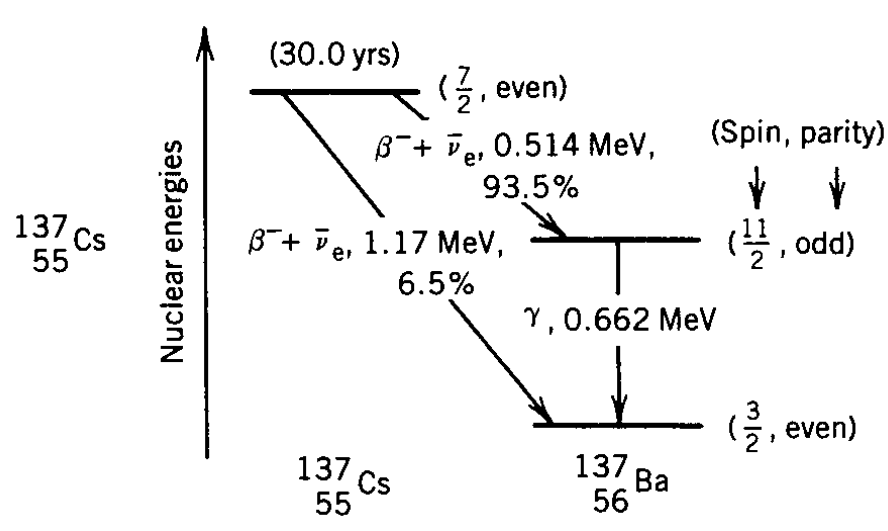
Decaimento de um núcleo excitado num estado de energia inferior: $A^* \rightarrow A + \gamma$

Conversão interna:

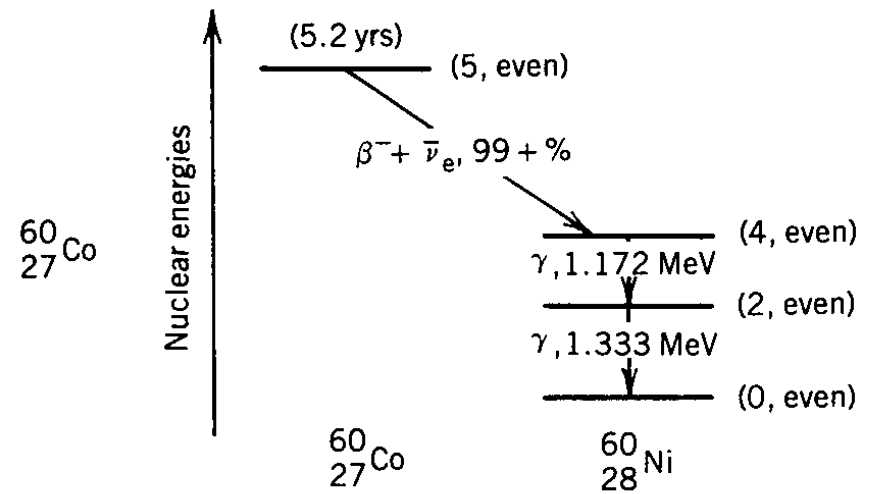
Desexcitação nuclear onde a energia libertada dá origem à emissão de um electrão atómico ($E_e = E_\gamma - \phi$, onde ϕ é a energia de ligação do electrão no átomo)

Exemplos de Decaimentos Radioactivos

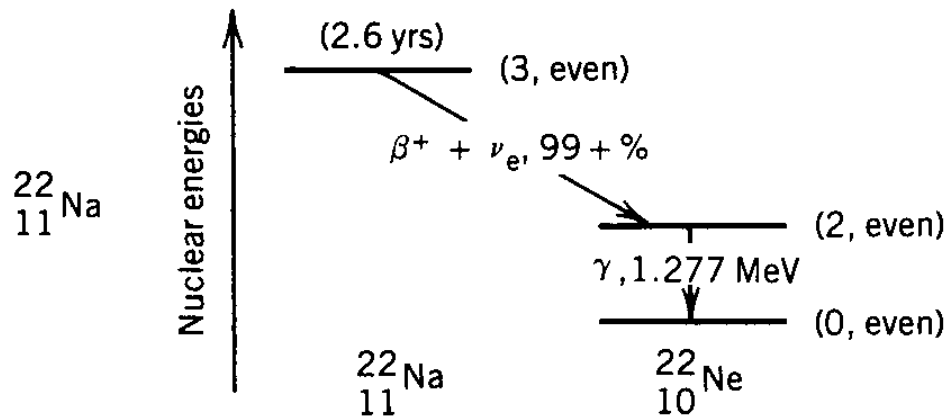
Césio 137



Cobalto 60



Sódio 22



Estatística dos decaimentos radioactivos

Processos aleatórios (distribuição de Poisson)

Probabilidade de decaimento de um núcleo no intervalo t (infinitesimal): $p = \lambda t$

Número médio de decaimentos numa amostra de N núcleos no intervalo t : $\bar{n} = \lambda N t$

Probabilidade de obter n decaimentos no intervalo t :

$$P(n, t) = \frac{e^{-\lambda N t} (\lambda N t)^n}{n!} \quad \begin{array}{l} \text{limite } n \text{ grande } \Rightarrow \\ \text{Distribuição Gaussiana} \end{array} \quad P(n, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}}} \exp\left[-\frac{(\bar{n} - n)^2}{2\lambda N t}\right]$$

Variância igual à média $s^2 = \lambda N t = \bar{n}$

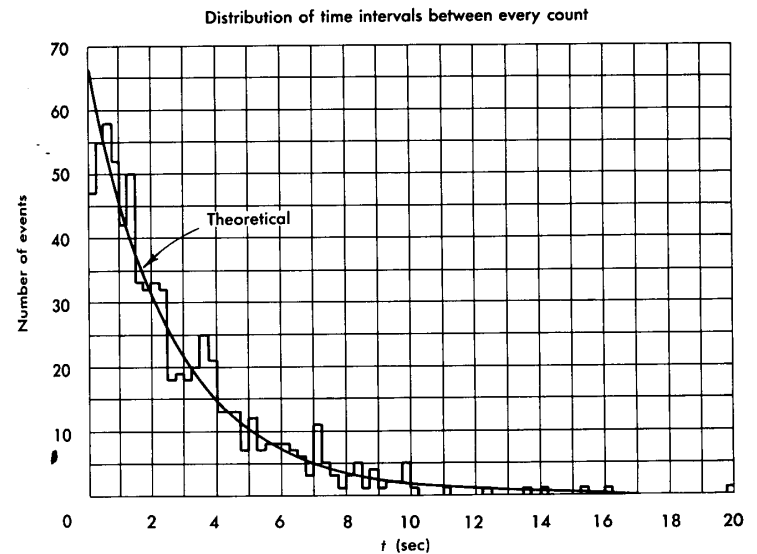
Resumo para um núcleo:

$p_s = e^{-\lambda t}$ probabilidade de não decair entre 0 e t

$p_d(t, dt) = e^{-\lambda t} \lambda dt$ probabilidade de decair entre t e $(t+dt)$

Distribuição dos intervalos de tempo entre dois decaimentos sucessivos:

$$P(t, dt) = P(0, t) \cdot (\lambda dt) = e^{-\lambda t} \lambda dt$$



Interacções e Secção Eficaz (1)

Exemplo simples: uma partícula alvo

Probabilidade de atingir o alvo = σ/S

No colisões/seg = No projecteis/seg $\times \sigma/S$
= No projecteis/seg/S $\times \sigma$

$$N = \Phi \times \sigma \quad (s^{-1})$$

σ - secção eficaz (cm^2)

Φ - fluxo partículas incidentes ($s^{-1} cm^{-2}$)

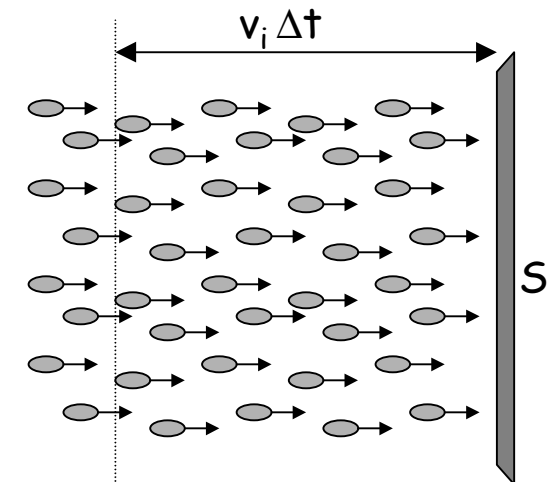
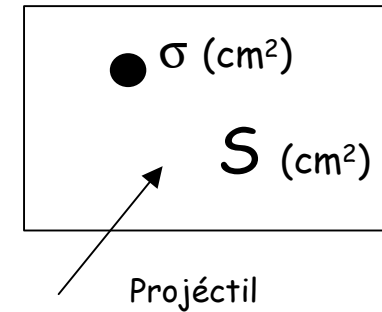
Fluxo incidente

n_a = número de partículas incidentes por unidade volume

v_i = velocidade das partículas incidentes

Δt = intervalo de tempo

$$\Phi = n_a(Sv_i \Delta t) / A \Delta t = n_a v_i$$

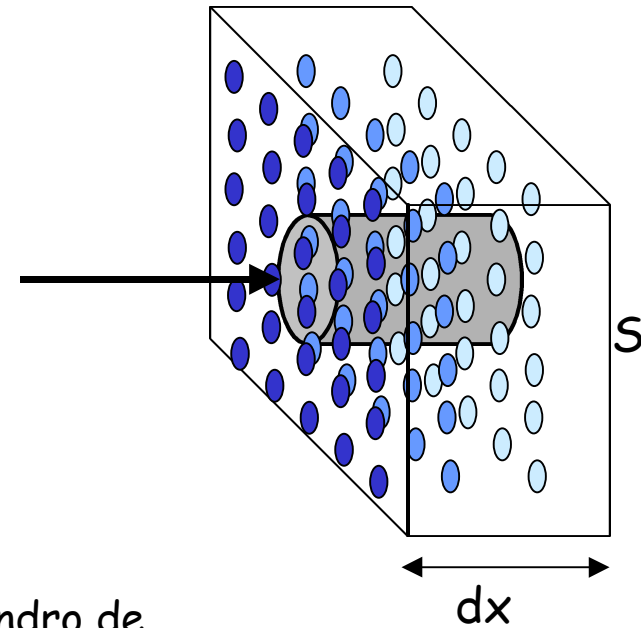


Interacções e Secção Eficaz (2)

Alvo com n_b partículas por unidade de volume

$$\begin{aligned} W &= \text{No colisões/sec/Area} \\ &= \frac{\Phi S}{S} \times (\text{No de partículas alvo}) \\ &= \frac{\Phi S}{S} \times (n_b \cdot S \cdot dx) = \Phi \cdot \sigma \cdot \underbrace{n_b \cdot dx} \end{aligned}$$

No partículas alvo no cilindro de comprimento dx e com uma unidade de área na base



Válido para alvos de espessura elementar dx

Interacções e Secção Eficaz (3)

Absorção do feixe incidente no alvo

Diminuição do fluxo incidente devido às interacções na espessura dx :

$$d\Phi = -W = -\Phi \sigma n_b dx$$

integrando:

$$\Phi(x) = \Phi_0 \cdot e^{-\sigma n_b x} = \Phi_0 \cdot e^{-x/L_{abs}}$$

Comprimento de absorção (ou livre percurso médio):

$$L_{abs} = (\sigma n_b)^{-1} \quad (\text{cm})$$

Coefficiente de absorção linear

$$\mu = 1/L_{abs} \quad (\text{cm}^{-1})$$

Interacções e Secção Eficaz (4)

A espessura do alvo pode ser medida em g.cm^{-2} :

$$X = \rho \cdot L, \text{ sendo } L \text{ a espessura (cm) e } \rho \text{ a densidade (g.cm}^{-3}\text{)}$$

Coefficiente de absorção de massa:

$$\mu_m = \mu / \rho \text{ (cm}^2 \text{g}^{-1}\text{)}$$

Número de partículas difusoras:

caso da interacção com átomos ou núcleos na matéria

$$n_b = \rho \cdot N_A / A$$

caso da interacção com electrões atómicos

$$n_b = Z \cdot \rho \cdot N_A / A$$

N_A - Número de Avogadro

A - Número de massa (g)

Z - Número atómico

Interacções e Secção Eficaz (5)

Taxa de produção de um mecanismo de secção eficaz σ_0 num alvo de espessura L

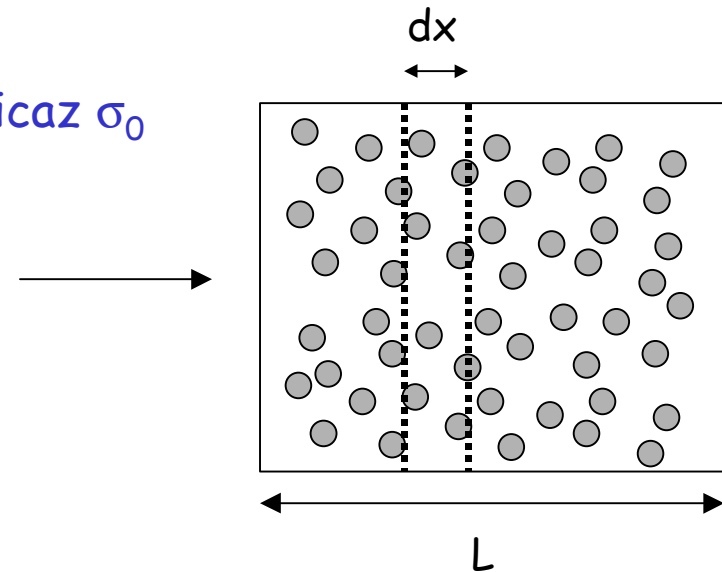
Colisões/area/seg no elemento dx :

$$dW = \Phi(x) \sigma_0 n_b dx$$

$$W = \int_0^L \Phi(x) \cdot \sigma_0 n_b \cdot dx = \Phi_0 \cdot \sigma_0 n_b \cdot L_{eq}$$

$$L_{eq} = L_{abs} \cdot \left(1 - e^{-L/L_{abs}}\right) \quad \text{Comprimento equivalente do alvo}$$

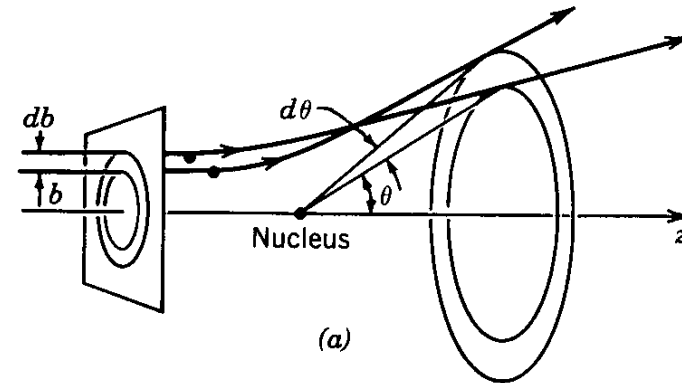
$$\text{Se } L \ll L_{abs} \Rightarrow L_{eq} \approx L$$



Secção Eficaz Diferencial

Partículas com parâmetro de impacto entre b e $b+db$ têm ângulos de difusão entre θ e $\theta+d\theta$

A função $\theta = \theta(b)$ depende da lei de interacção



Secção eficaz diferencial:

$$d\sigma = 2\pi b \cdot db \quad (\text{área da coroa circular de raio } b \text{ e espessura } db)$$

Usando a função $\theta = \theta(b)$:

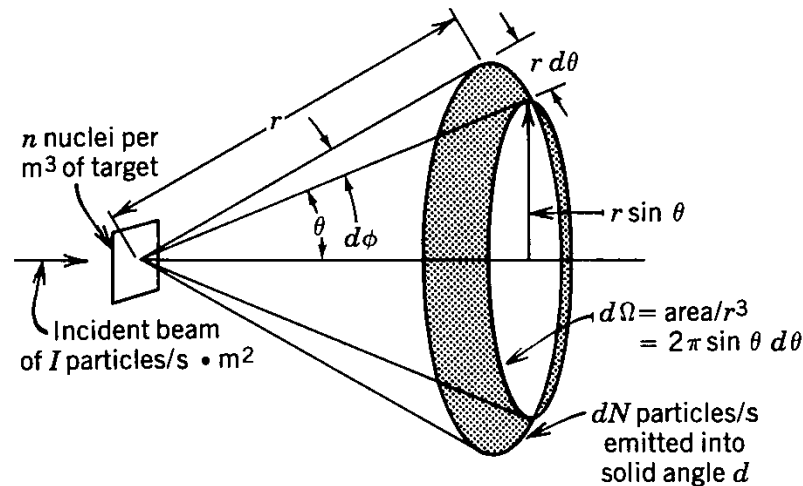
$$dS = 2pb \left| \frac{db}{dq} \right| dq$$

Integrando em ϕ

$$d\Omega = 2\pi \sin\theta \cdot d\theta$$

Donde

$$\boxed{\frac{dS}{d\Omega} = \frac{b(q)}{\sin q} \left| \frac{db}{dq} \right|}$$



Angulo sólido (steradianos-sr)

$$d\Omega = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

