O conceito de cor

Os problemas do modelo dos quarks-partões:

- $\Delta^{++} \equiv (u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow)$ ou $\Omega^- \equiv (s^\uparrow s^\uparrow s^\uparrow)$ são estados com 3 quarks da mesma natureza, no estado fundamental, com o mesmo spin. Logo, implicam uma função de onda completamente simétrica, o que é proibido pela estatística de Fermi $\Rightarrow$ necessidade de novo grau de liberdade para que $\psi_{\Delta^{++}} = \underbrace{\psi_{rad} \cdot \psi_{spin}}_{S} \cdot \underbrace{\psi_{cor}}_{A}$

- Famílias de bariões $(qqq, \bar{q}\bar{q}\bar{q})$ bem explicados, assim como de mesões $(q\bar{q})$. Mas não há justificação para a inexistência de estados $qq, \bar{q}\bar{q}, qq\bar{q}, q\bar{q}\bar{q}, qq\bar{q}\bar{q}, \ldots$

$\Rightarrow$ É necessária uma nova restrição, a cor:

- Antisimetriza $u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$ do Δ^{++}, pois cada quark aparece num diferente estado de cor: $u_R\ u_B\ u_Y$
- Só partículas não coloridas – "brancas" são detectáveis

$$\begin{cases} R\ B\ Y & \longleftrightarrow \text{branco} \\ \bar{R}\ \bar{B}\ \bar{Y} & \longleftrightarrow \text{branco} \\ R\bar{R}\quad B\bar{B}\quad Y\bar{Y} & \longleftrightarrow \text{branco} \end{cases}$$

Ou seja, a teoria deve construir objectos singletos de cor — invariantes em relação a rotações no espaço de cor (R, B, Y)

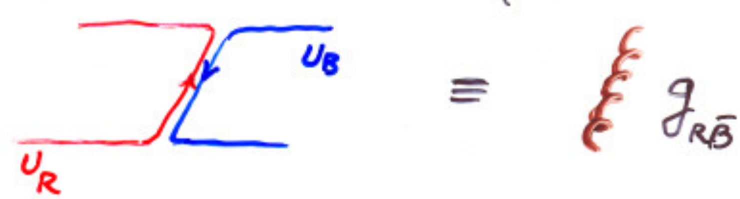
Então:

bariões ≡ RBY

antibariões ≡ $\bar{R}\bar{B}\bar{Y}$

mesões ≡ $R\bar{R} + B\bar{B} + Y\bar{Y}$ (aniquilação de cor)

Os gluões, necessários em QCD, são mediadores de cor dos quarks, mas também transportam essa propriedade:



Há 9 hipóteses de combinação cor - anticor (3×3):

$R\bar{R}$	$B\bar{R}$	$Y\bar{R}$
$R\bar{B}$	$B\bar{B}$	$Y\bar{B}$
$R\bar{Y}$	$B\bar{Y}$	$Y\bar{Y}$

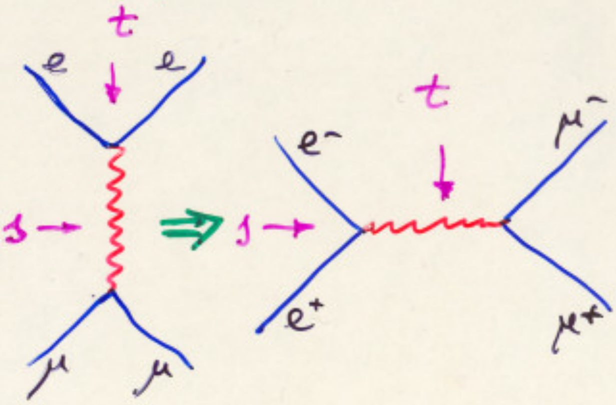
Como há 1 relação: $R\bar{R} + B\bar{B} + Y\bar{Y}$ = branco, vem:

$3 \otimes 3 = 8 \oplus 1$, ou seja:

8 ≡ octeto de cor: 8 estados coloridos independentes

1 ≡ singleto de cor: neutro, como o fotão

Modelo dos partões e QCD na aniquilação e^+e^-



Tínhamos visto que

$$\frac{d\sigma}{dt}(e\mu \to e\mu) = \frac{4\pi\alpha^2}{\hat{s}^2}\,\frac{1}{2}\,\frac{\hat{s}^2+\hat{u}^2}{\hat{t}^2}$$

Então, usando argumentos de dualidade, i.e., cruzando $s \leftrightarrow t$ e integrando, obtem-se:

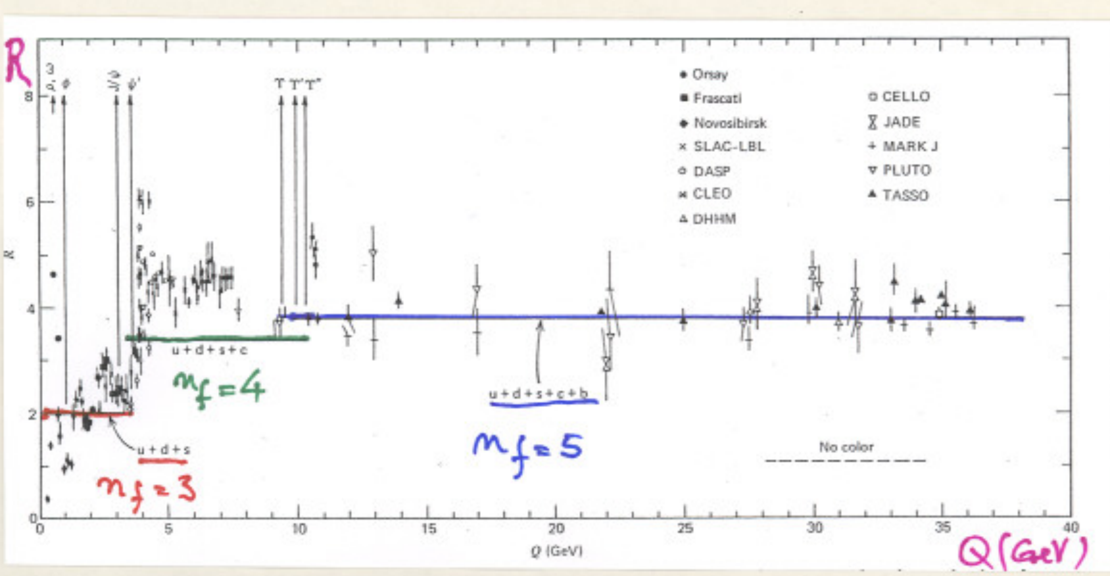
$$\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2}\,, \quad \text{em que} \quad s \equiv Q^2 = 4E^2_{beam}.$$

Como $\sigma(e^+e^- \to q\bar{q}) = e_q^2\,\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)$ para cada quark colorido, generalizando à secção eficaz $\sigma(e^+e^- \to \text{hadrões})$, precisamos somar todos os possíveis estados finais, i.e., n_f sabores $\cdot$ n_c cores:

$$\sigma(e^+e^- \to \text{hadrões}) = n_c \sum_{q=1}^{n_f} e_q^2\,\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)$$

Ou seja, baseando-nos no modelo dos quarks-partões, corrigido pela introdução do conceito de cor de QCD, obtemos a seguinte predição

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \to \text{hadrões})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = 3\sum_q^{n_f} e_q^2 = \begin{cases} 3\times\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2\right] = 2 & n_f=3 \;\; u,d,s \\ 3\left[2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2+2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\right] = \frac{10}{3} & n_f=4 \;\; u,d,s,c \end{cases}$$



Este resultado mostra o aval experimental à introdução da cor.

Note-se que R é um invariante de escala ($R \neq R(Q^2)$).

No contexto de QCD, incluindo um cálculo completo de ordem α_s, seria:

$$R = 3 \sum_q e_q^2 \left(1 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}\right) .$$

Como $\alpha_s(Q^2) \sim (\ln Q^2)^{-1}$, R exibe uma violação logarítmica da invariância de escala, que foi confirmada pelas experiências de alta precisão de LEP.

O factor R em LEP

É medido no pólo do Z^0: $e^+e^- \to Z^0 \to$ hadrões ($\mu^+\mu^-$) pelo que se exprime através das larguras de decaimento:

$$R_{\ell\ell} = \frac{\Gamma_{had}}{\Gamma_{\ell\ell}} \qquad R_b = \frac{\Gamma_{b\bar{b}}}{\Gamma_{had}} \qquad R_c = \frac{\Gamma_{c\bar{c}}}{\Gamma_{had}}$$

$$\left.\begin{array}{l} R_\ell = 20.768 \pm 0.024 \pm 0.017 \\ \text{Std. Mod} = 20.7394 \end{array}\right\} \Longrightarrow \quad 1.00138 \quad (1{,}38\ ‰)$$

$R_b = 0.21642 \pm 0.00073$

$R_c = 0.1674 \pm 0.0038$

Reportando R_b e R_c à definição clássica de R:

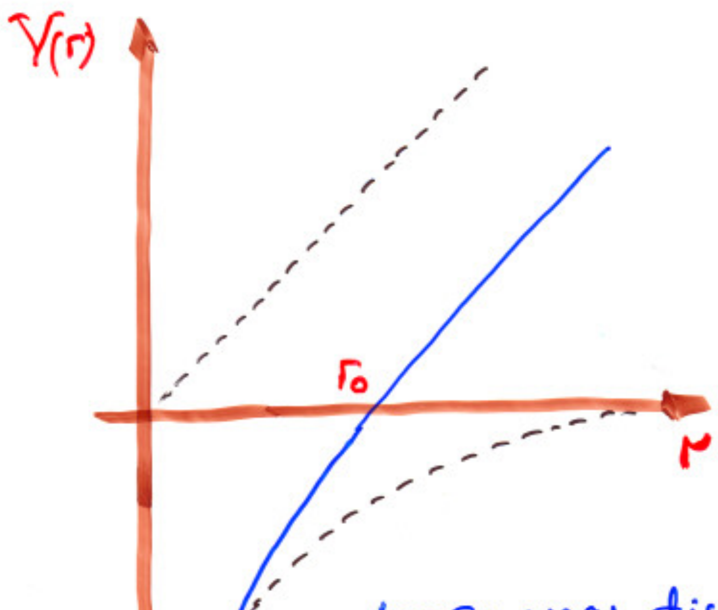
$R(n_f = 5) = R_\ell \times R_b = 4.946 \quad < > \quad 14/3 = 4{,}667$

$R(n_f = 4) = R_\ell \times R_c = 3.477 \quad < > \quad 10/3 = 3{,}333$,

de onde podemos extrair a contribuição de QCD: 5,9% e 4,3%.

Hadronização — Funções de fragmentação

No processo $e^+e^- \to q\bar{q}$, à medida que q e $\bar{q}$ se afastam, α_s cresce e o potencial $V_{q\bar{q}} \sim -\frac{\alpha}{r} + \lambda r$



que, para pequenas distâncias leva à liberdade assimptótica e, para as grandes implica o confinamento (termo do potencial elástico λr), torna-se tão elevado que novos pares $q\bar{q}$ se criam do vazio:

levando à formação de 2 jets de hadrões — partículas colimadas espacialmente, de energias idênticas às dos quarks que os originaram.

Então, a secção eficaz do processo inclusivo $AB \to hX$ (que neste caso toma a forma $e^+e^- \to hX$, e não inclui pois funções de estrutura), pode escrever-se:

$$\frac{d\sigma}{dz}(e^+e^- \to hX) = \sum_q \sigma(e^+e^- \to q\bar{q}) \left[D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z) \right],$$

em que $D_q^h(z)$ $\left(D_{\bar{q}}^h(z) \right)$ é a probabilidade de o quark q $(\bar{q})$ produzir o hadrão h com a fracção z da energia do quark de que provém: $z \equiv \frac{E_h}{E_q} = \frac{2E_h}{Q}$.

Regras de soma

- A energia total dos hadrões de um jet deve igualar a do quark-pai:

$$\sum_h \int_0^1 z\, D_q^h(z)\, dz = 1$$

- O número de hadrões de tipo h produzido (i.e., a sua multiplicidade média) deve ser dado pela soma das probabilidades de se obter h a partir de todos os sabores de quarks:

$$\sum_{q,\bar{q}} \int_{z_m}^1 \left[D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z) \right] dz = \langle n_h \rangle ,$$

sendo $z_m = \frac{2 m_h}{Q}$ o limiar de produção do hadrão de massa m_h.

Forma dos $D(z)$ quando $z \to 0$ e $z \to 1$

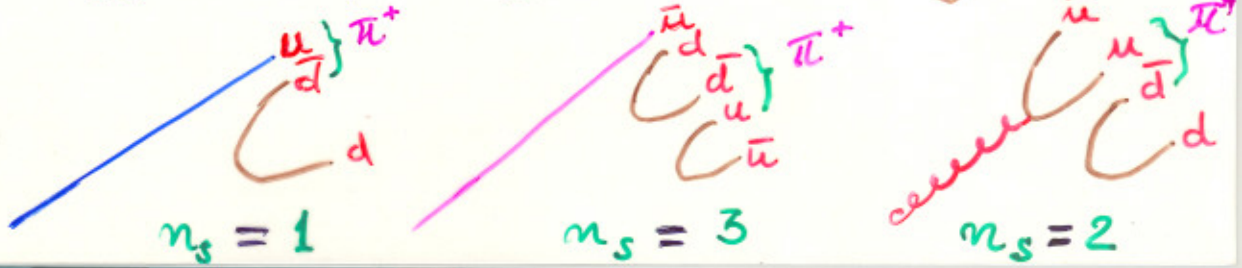
- Para $z \to 0$, os hadrões são produzidos com energias desprezáveis em relação à do quark; então, a sua probabilidade de formação é idêntica à dos fenómenos de bremstrahlung:

$$\mathcal{P}(z) \propto \frac{1}{z}, \quad \text{donde} \quad D(z) \underset{z \to 0}{\sim} z^{-1} .$$

- Para $z \to 1$, o mesmo tipo de argumentos dimensionais (regras de contagem) utilizados para as funções de estrutura leva a:

$$D(z) \underset{z \to 1}{\sim} (1-z)^{2 n_s - 1} .$$

Por exemplo $D_u^{\pi^+}(z) = (1-z)^1$ $\quad D_{\bar{u}}^{\pi^+}(z) = (1-z)^5$ $\quad D_g^{\pi^+}(z) = (1-z)^3$



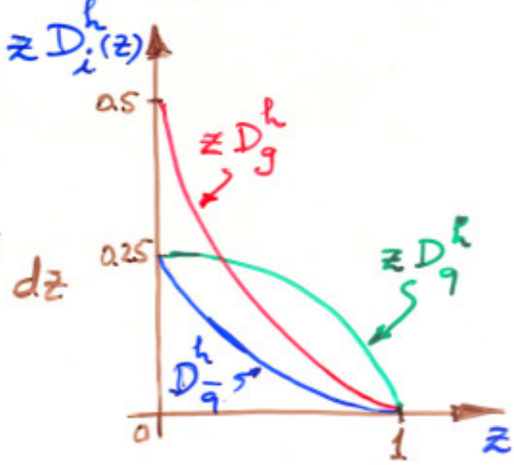
Então, a forma geral usada é:

$$D_q^h(z) = N_q^h \frac{(1-z)^{\delta_q^h}}{z} \qquad (N, \delta = \text{const}^{\underline{s}}),$$

em que os valores de N_q^h, δ_q^h e $\langle z \rangle$ se relacionam por:

$$\langle z \rangle = \int_0^1 z\, D_q^h(z)\, dz = N \int_0^1 (1-z)^\delta dz = \frac{N}{\delta+1}\Big[(1-z)^{\delta+1}\Big]_0^1$$

$$\therefore \quad \langle z \rangle = \frac{N}{\delta+1} \; .$$



- Note-se que

$$\langle n_h \rangle = N_q^h \int_{z_m}^1 \frac{1-z}{z}\, dz + N_{\bar{q}}^h \int_{z_m}^1 \frac{(1-z)^5}{z}\, dz$$

$$\propto N \ln \frac{Q}{2 m_h} + \cdots$$

Quer dizer, a multiplicidade média cresce logaritmicamente com a energia disponível, Q.

Invariância de escala e sua violação:

De $\frac{d\sigma}{dz}(e^+e^- \to hX) = \sum_q \sigma(e^+e^- \to q\bar{q}) \cdot \left[D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z)\right]$,

dividindo por $\sigma_T \equiv \sigma(e^+e^- \to \text{hadrões}) = 3\sum_q e_q^2\, \sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)$

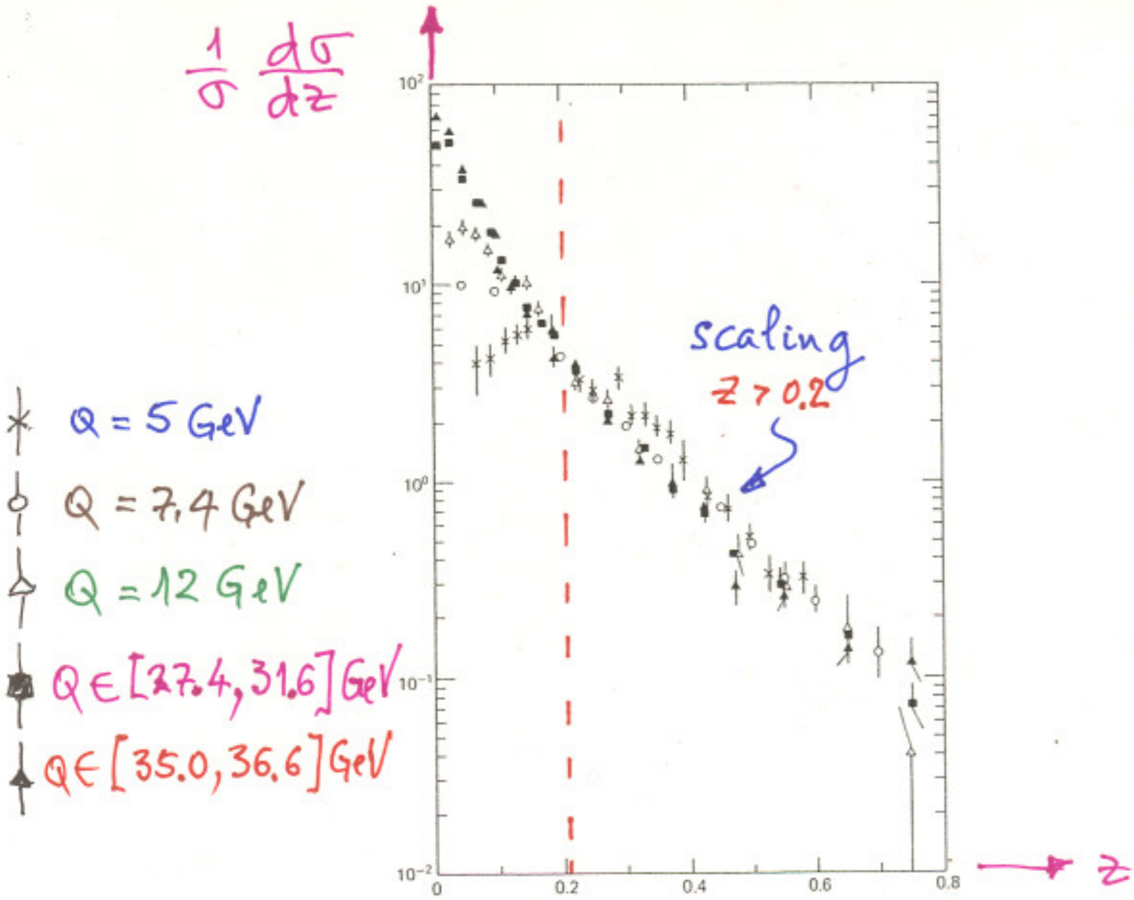
e fazendo $\sigma(e^+e^- \to q\bar{q}) = 3\, e_q^2\, \sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)$

para cada tipo de quark, vem:

$$\frac{1}{\sigma_T}\frac{d\sigma}{dz}(e^+e^- \to hX) = 3\sum_q e_q^2 \left[D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z)\right] \frac{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)}{\sigma(e^+e^- \to \text{hadrões})}$$

$$= \frac{\sum_q e_q^2 \left[D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z)\right]}{\sum_q e_q^2} \; ,$$

que é um invariante de escala; ou seja, apesar de $d\sigma/dz = f(Q^2)$ e $\sigma_T = f(Q^2)$, $\frac{1}{\sigma_T}\frac{d\sigma}{dz} \sim Q^2 \frac{d\sigma}{dz} = f(z)$ e não de Q^2.



A violação da invariância de escala $D(z) \to D(z, Q^2)$ para $z < 0{,}2$ tem as mesmas causas que nas funções de estrutura: emissão de gluões, que faz aumentar o número de partículas produzidas a baixo z e diminuir as produzidas a grande z.

Mas, parte da violação que se observa, provém dos limiares de produção de quarks mais massivos (charm beauty) que, por terem pouca impulsão, se fragmentam em hadrões de $z \ll$.

Universalidade das funções de fragmentação

As funções $D(z)$ descrevem propriedades dos partões e são, pois, independentes das interacções que os produziram.

Têm-se as relações:

$$D_u^{\pi^+} = D_{\bar{u}}^{\pi^-} = D_d^{\pi^-} = D_{\bar{d}}^{\pi^+}$$

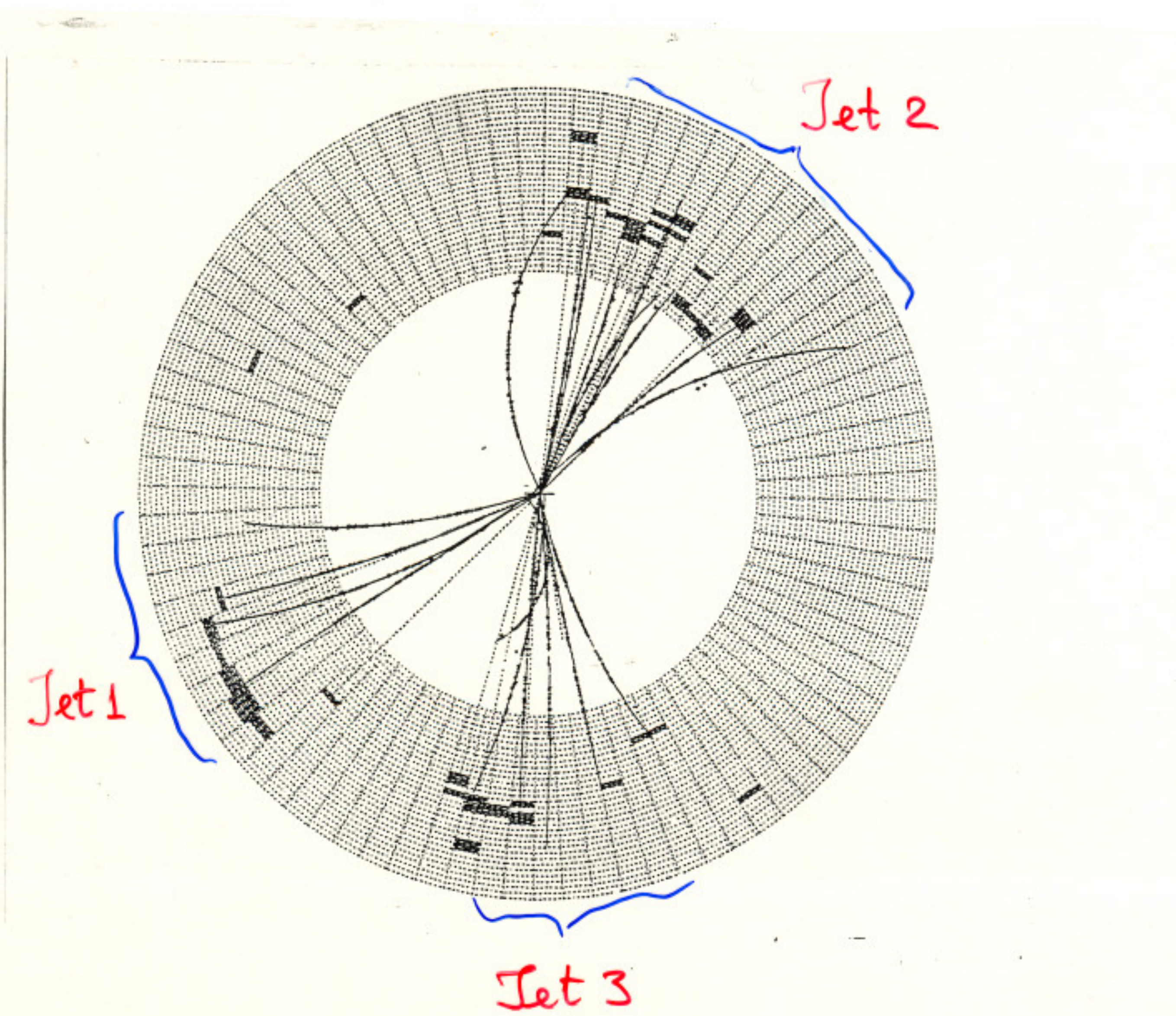
$$D_u^{\pi^-} = D_{\bar{u}}^{\pi^+} = D_d^{\pi^+} = D_{\bar{d}}^{\pi^-}$$

$$D_g^{\pi^+} = D_g^{\pi^-}$$

Jets (breve referência)

Na ordem zero em α_s (ordem α^2) esperam-se 2 jets opostos ("back-to-back"), de q e $\bar{q}$. Mas, como um dos quarks pode radiar um gluão (ordem $\alpha^2\alpha_s$), devem existir eventos com 3 jets: $q, \bar{q}, g$.

Foi em DESY que pela primeira vez se detectaram tais estruturas:



$$e^+e^- \longrightarrow q\bar{q}g \rightarrow jet_1 + jet_2 + jet_3$$