Lei do decaímento radioactivo

A probabilidade λ de decaímento de um núcleo é constante para cada nuclídeo.

Numa amostra de N núcleos (fonte radioactiva), a sua diminuição num intervalo de tempo Δt é:

$$-\Delta N = N \lambda \Delta t .$$

Num intervalo de tempo infinitesimal:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

$$\therefore \quad \frac{dN}{N} = -\lambda\, dt \qquad \int_{N_0}^{N(t)} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

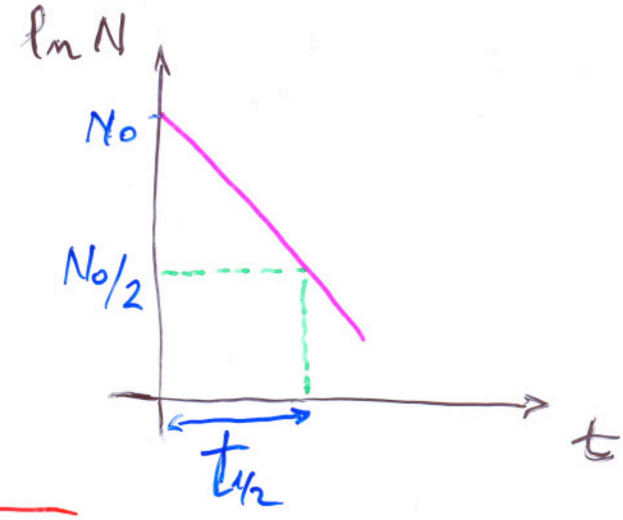
$$\Rightarrow \ln N(t) - \ln N_0 = -\lambda t \iff \ln \frac{N(t)}{N_0} = -\lambda t$$

$$\boxed{N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}}$$

Quer dizer: $N(t)$ é o número de núcleos sobreviventes no instante t numa fonte que possuía N_0 núcleos no instante inicial.

Semi-Vida

Período de tempo $t_{1/2}$ necessário para que o número de núcleos de uma fonte se reduza a metade:



$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 \, e^{-\lambda t_{1/2}}$$

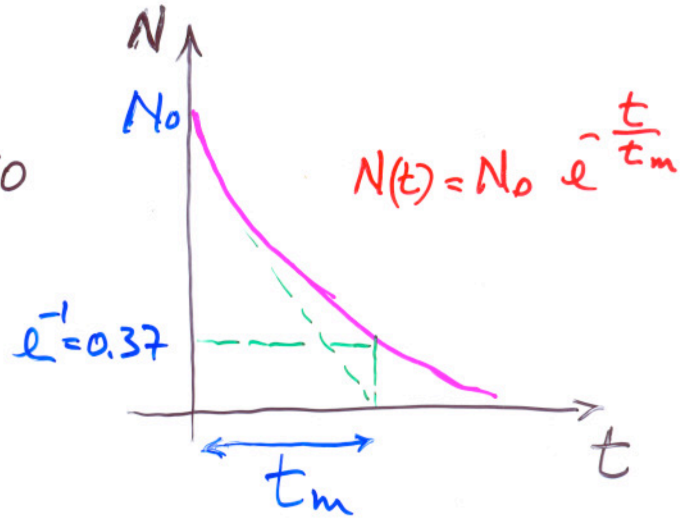
$$\Rightarrow \quad t_{1/2} = \ln 2/\lambda = 0,693/\lambda$$

Tempo de vida médio

$$t_m = \frac{\int_0^\infty N(t)\, t \, dt}{\int_0^\infty N(t)\, dt} = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty N_0 \, e^{-\lambda t} \, t \, dt$$

$$\Rightarrow \boxed{t_m = 1/\lambda}$$

A vida média é o inverso da probabilidade de decaimento λ.



A semi-vida é cerca de 70% da vida média:

$$\boxed{t_{1/2} = 0,693 \, t_m}$$

Actividade de uma fonte

É o número médio de desintegrações por segundo.

Sendo N o número de núcleos da fonte, e λ a probabilidade de decaimento de um núcleo, então:

$$A = \lambda N = \lambda N_0 \, e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \quad A = A_0 \, e^{-\lambda t}$$

- Unidade de medida "clássica": o Curie.

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ desintegrações/s}$$

É uma grande unidade, desajustada para o trabalho de hoje em Laboratório, onde são usadas fontes radioactivas da ordem dos μCi ou dos mCi.

- Unidade do Sistema Internacional: o Becquerel.

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ desintegração/s}$$

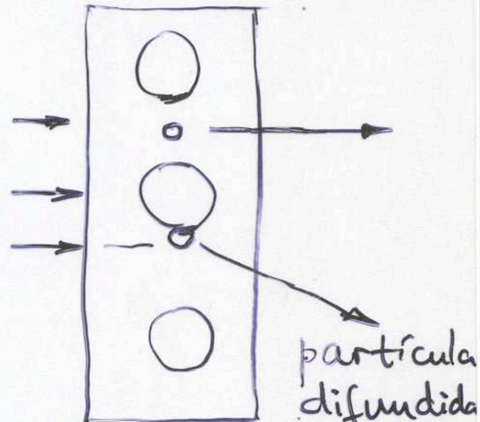
A actividade duma fonte é uma propriedade intrínseca que depende da massa. Não se deve confundir com a dose recebida por um objecto ou um ser vivo.

Secção eficaz

Consideremos que N_1 partículas incidentes de raio r_1 atravessam um plano de área unitária A, onde se encontram N_2 esferas de raio r_2.

A probabilidade de colisão geométrica entre uma partícula incidente e as partículas-alvo será

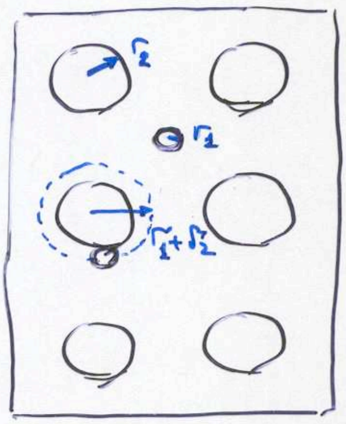
$$N_2 \, \frac{\pi(r_1 + r_2)^2}{A} .$$



O número total de colisões produzirá N_d partículas difundidas e será:

$$N_d = N_1 N_2 \sigma$$

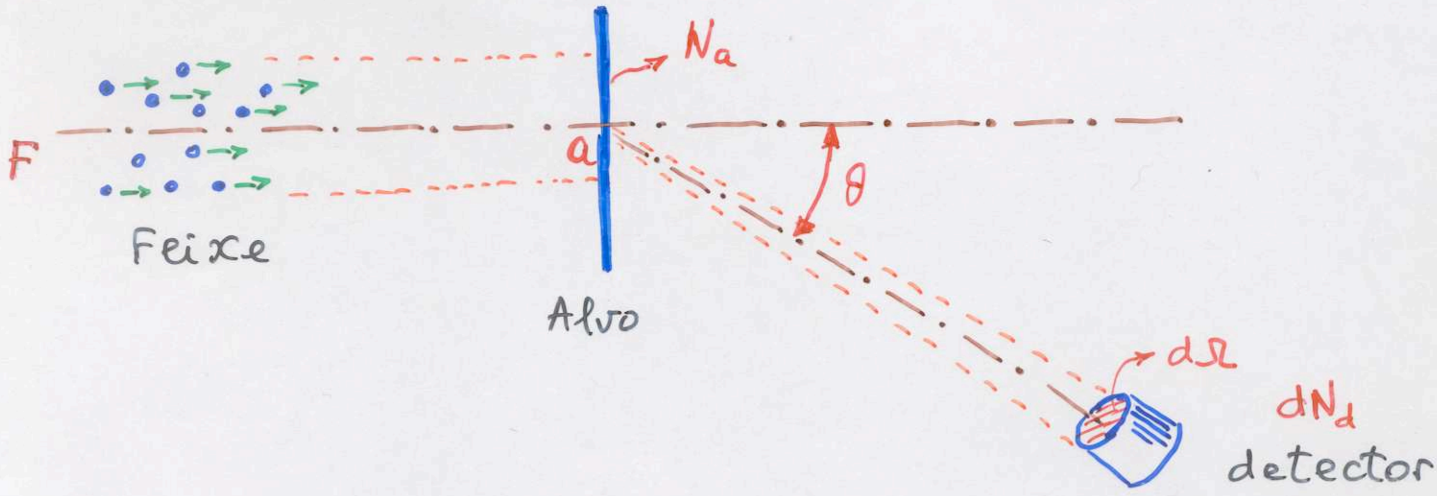
em que $\sigma = \pi(r_1 + r_2)^2$ (cm²) é a secção eficaz, isto é, a área transversa apresentada à colisão pela partícula-alvo.



Em colisões nucleares a área geométrica das partículas envolvidas não corresponde necessàriamente à secção eficaz. Mas dá uma ordem de grandeza:

$$\text{Área transversa do núcleo} \sim (10^{-12})^2 \text{ cm}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2 \equiv 1 \text{ barn}$$

Secção eficaz diferencial



$$dN_d = F \cdot N_a \, \sigma(\theta, \varphi) \, d\Omega$$

- $F \equiv$ fluxo incidente:
  número de partículas incidentes que atravessam uma unidade de área perpendicular ao feixe, numa unidade de tempo.

- $N_a \equiv$ número de partículas-alvo intersectadas pelo feixe

- $dN_d \equiv$ número de partículas secundárias detectadas, i.e., contadas no detector, por unidade de tempo.

- $d\sigma = \sigma(\theta, \varphi) \, d\Omega \Rightarrow \underline{\sigma(\theta, \varphi)} = \dfrac{d\sigma}{d\Omega}$ é a secção eficaz diferencial

- $\sigma_{tot} = \int \sigma(\theta, \varphi) \, d\Omega$ é a secção eficaz total

Absorção de um feixe de partículas na matéria

Seja I a intensidade, i.e., o número de partículas incidentes que atravessa no plano x a unidade de área por unidade de tempo.

A sua <u>diminuição</u> ao atravessar a fatia Δx de matéria é proporcional a:

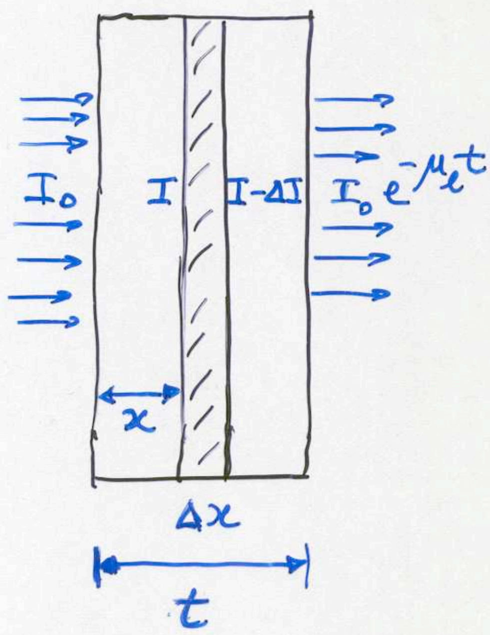
- σ - probabilidade de interacção, ou secção eficaz $[cm^2]$
- I - número de partículas incidentes
- N_v - nº de centros difusores por unidade de volume do material $[cm^{-3}]$

Ou seja: $-\Delta I = I \sigma N_v \cdot \Delta x$

Integrando: $\dfrac{\Delta I}{I} = -\sigma N_v \Delta x$

$$I = I_0 \, e^{-\sigma N_v x}$$

ou: $$\boxed{I = I_0 \, e^{-\mu_l x}},$$



sendo $\mu_l = \sigma N_v$ o coeficiente de absorção linear ($[\mu] = cm^{-1}$).

O número de partículas difusoras por unidade de volume N_v pode exprimir-se como:

$$N_v = \frac{\rho}{m} \begin{cases} = \dfrac{\rho}{A/N_a} = \rho\,\dfrac{N_a}{A} & \text{caso do núcleo atómico} \\[2ex] = \dfrac{\rho}{A/ZN_a} = \rho\,\dfrac{ZN_a}{A} & \text{caso do electrão difusor} \end{cases}$$

- ρ massa específica do material (g/cm^3)
- m massa de cada partícula difusora (g)
- N_A nº de Avogadro $(= 6{,}022 \cdot 10^{23}$ partículas/mole$)$
- A peso atómico $(g/mole)$

Como a secção eficaz σ de interacção é muito baixa, é usual exprimir-se a espessura de matéria atravessada em g/cm^2, como se todos os centros difusores estivessem distribuídos no mesmo plano:

$$d_m = x\,\rho \qquad [d_m] = g/cm^2$$

$$\mu_m = \mu_l/\rho \qquad [\mu_m] = cm^2/g$$

Então:

$$\boxed{I = I_0\, e^{-\mu_m d_m}} \; ,$$

μ_m sendo o coeficiente de absorção de massa.

O coeficiente de absorção linear, μ_ℓ, é tanto maior quanto mais centros difusores por unidade de volume N_v houver, e quanto maior for a secção eficaz σ:

$$\mu_\ell = \sigma N_v$$

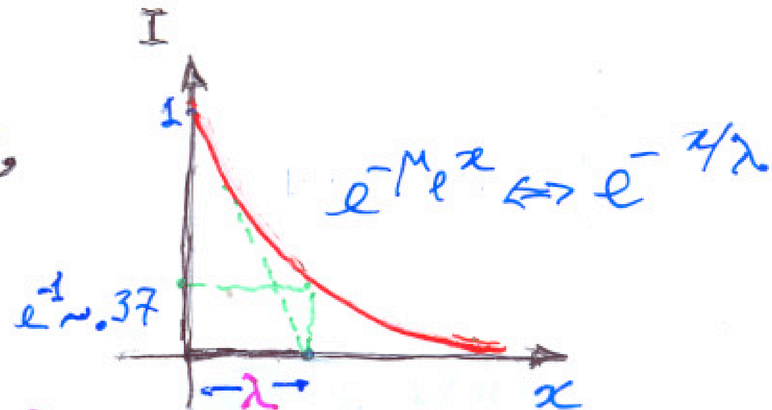
Para o coeficiente de absorsão de massa μ_m temos, no caso de núcleos difusores

$$\mu_m = \mu_\ell / \rho = \sigma N_v / \rho = \sigma \rho \frac{N_A}{A} / \rho = \frac{\sigma N_A}{A}$$

$\left(\text{ou} \quad \mu_m = \sigma \frac{Z N_A}{A} \quad \text{para electrões} \right)$

Quer dizer: μ_m não depende de ρ, logo é independente do estado físico do material.

Tal como para os processos de desintegração, define-se:



- livre percurso médio

$$\bar{d} \equiv 1/\mu_\ell = 1/\sigma N_v \equiv \lambda$$

distância média percorrida pela partícula incidente entre duas colisões

ou: $\bar{d}_m \equiv \rho/\mu_\ell = \rho/\sigma N_v \equiv \lambda_m$

- semi-espessura

$d_{1/2} = 0{,}693/\mu_\ell$ espessura que reduz a metade a intensidade das partículas incidentes.