

Interaction of radiation with matter

1- Interaction of charged particles with matter

- a) **Energy loss by excitation and ionization**
- b) Bremsstrahlung
- c) Multiple-Scattering
- d) Cherenkov Radiation
- e) Transition Radiation

Relativistic mechanics

✓ Total Energy

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \text{ [GeV]}$$

✓ Linear Momentum

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} \text{ [GeV/c]}$$

✓ Kinetic Energy

$$T = E - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2 \text{ [GeV]}$$

✓ Lorentz factor

$$\gamma = 1 + \frac{T}{mc^2} \quad \gamma = \frac{E}{mc^2}$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\gamma\beta = \frac{p}{mc} = \sqrt{\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 - 1}$$

Relação entre $\vec{p}$ e E

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

$$\frac{\vec{p}}{E} = \frac{\gamma m \vec{v}}{\gamma mc^2} = \frac{\vec{v}}{c} = \vec{\beta}$$

Natural Units

✓ Energy

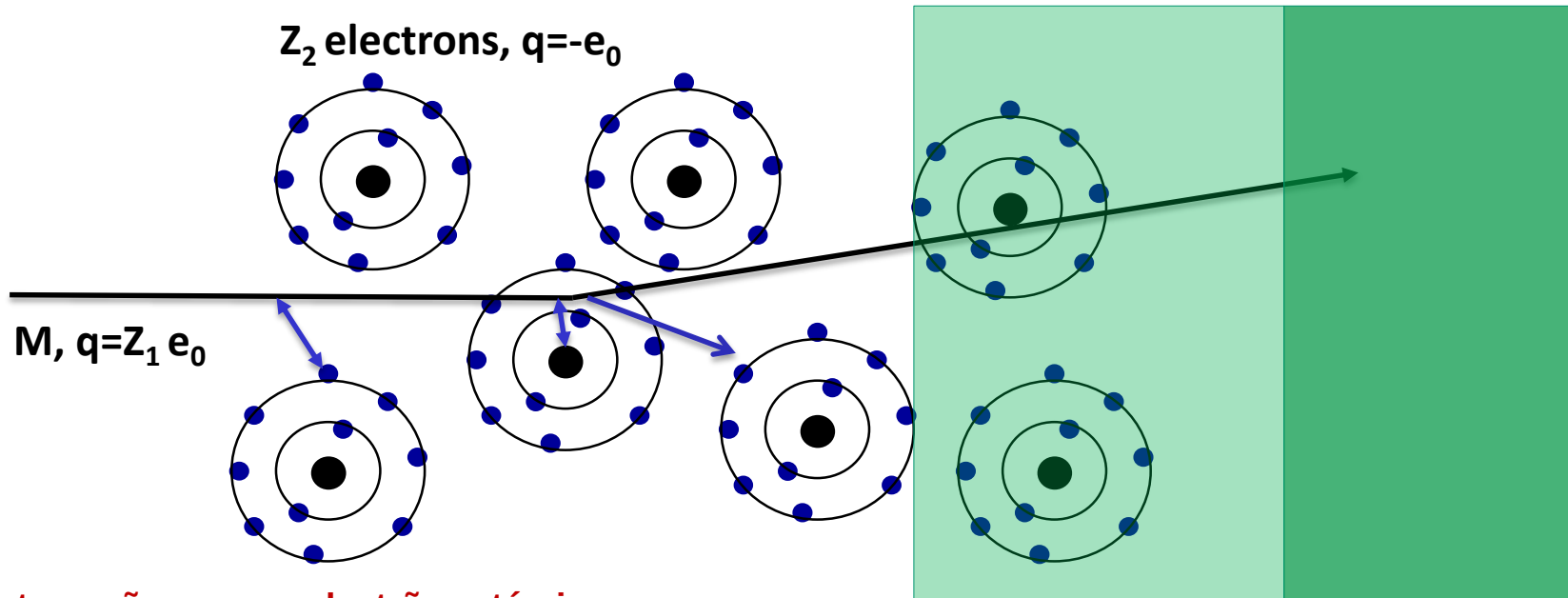
$$1 \text{ [eV]} \simeq 1.6 \times 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 1 \text{ [V]}$$

$$1 \text{ [eV]} \simeq 1.6 \times 10^{-19} \text{ [J]}$$

Massas

m_e	0.511 MeV/c ²
m_μ	105.658 MeV/c ²
m_π	139.570 MeV/c ²
m_p	938.272 MeV/c ²

Interacção das partículas carregadas com a matéria



Interacção com os electrões atómicos:

a partícula incidente perde energia e os átomos sofrem excitação ou ionização.

Interacção com o núcleo:

A partícula incidente é deflectida pelo campo eléctrico do núcleo, sofrendo dispersão elástica (multiple scattering). A partícula é acelerada e radia fotões Bremsstrahlung

Radiação de Cherenkov

Se a velocidade da partícula ao atravessar um material for superior à velocidade da luz nesse material é emitida radiação electromagnética.

Radiação de Transição:

Radiação electromagnética (raios-X) emitida quando uma partícula atravessa a fronteira entre materiais dieléctricos diferentes.

Table 30.1: Summary of variables used in this section. The kinematic variables β and γ have their usual meanings.

Symbol	Definition	Units or Value
α	Fine structure constant ($e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$)	1/137.035 999 11(46)
M	Incident particle mass	MeV/ c^2
E	Incident part. energy $\gamma M c^2$	MeV
T	Kinetic energy	MeV
$m_e c^2$	Electron mass $\times c^2$	0.510 998 918(44) MeV
r_e	Classical electron radius $e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2$	2.817 940 325(28) fm
N_A	Avogadro's number	$6.022\,1415(10) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
ze	Charge of incident particle	
Z	Atomic number of absorber	
A	Atomic mass of absorber	g mol^{-1}
K/A	$4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 / A$	0.307 075 MeV $\text{g}^{-1} \text{ cm}^2$ for $A = 1 \text{ g mol}^{-1}$
I	Mean excitation energy	eV (<i>Nota bene!</i>)
$\delta(\beta\gamma)$	Density effect correction to ionization energy loss	
$\hbar\omega_p$	Plasma energy ($\sqrt{4\pi N_e r_e^3} m_e c^2 / \alpha$)	$\sqrt{\rho \langle Z/A \rangle} \times 28.816 \text{ eV}$ (ρ in g cm^{-3})
N_e	Electron density	(units of r_e) $^{-3}$
w_j	Weight fraction of the j th element in a compound or mixture	
n_j	$\propto$ number of j th kind of atoms in a compound or mixture	
—	$4\alpha r_e^2 N_A / A$	($716.408 \text{ g cm}^{-2}$) $^{-1}$ for $A = 1 \text{ g mol}^{-1}$
X_0	Radiation length	g cm^{-2}
E_c	Critical energy for electrons	MeV
$E_{\mu c}$	Critical energy for muons	GeV
E_s	Scale energy $\sqrt{4\pi/\alpha} m_e c^2$	21.2052 MeV
R_M	Molière radius	g cm^{-2}

Perda de energia por excitação e ionização

O cálculo da perda de energia de uma partícula carregada ao atravessar um material, tendo em conta a mecânica quântica, foi feito por Bethe e Bloch.

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = K Z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2 \frac{C}{Z} + z L_1 + z^2 L_2 \right] [\text{MeV}/(\text{g}/\text{cm}^2)]$$

$$K = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 = 0.1535 \text{ MeV}/(\text{g}/\text{cm}^2)$$

r_e Raio clássico do electrão ($r_e = 2.817 \times 10^{-13} \text{ cm}$)

$$r_e = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 m_e c^2}$$

m_e Massa do electrão ($m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$)

N_A Número de Avogadro ($N_A = 6.023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

ρ Densidade do meio material atravessado

z Carga eléctrica da partícula incidente

Z Número atómico do meio material

A Número de massa do meio material

I Energia média de excitação

$$\frac{I}{Z} = \begin{cases} 12 + \frac{7}{Z} [\text{eV}] & (Z < 13) \\ 9.76 + 58.8 Z^{-1.19} [\text{eV}] & (Z \geq 13) \end{cases}$$

β Velocidade da partícula incidente ($\beta = \frac{v}{c}$)

γ Factor de Lorentz ($\gamma^{-1} = \sqrt{1 - \beta^2}$)

δ Correção de densidade

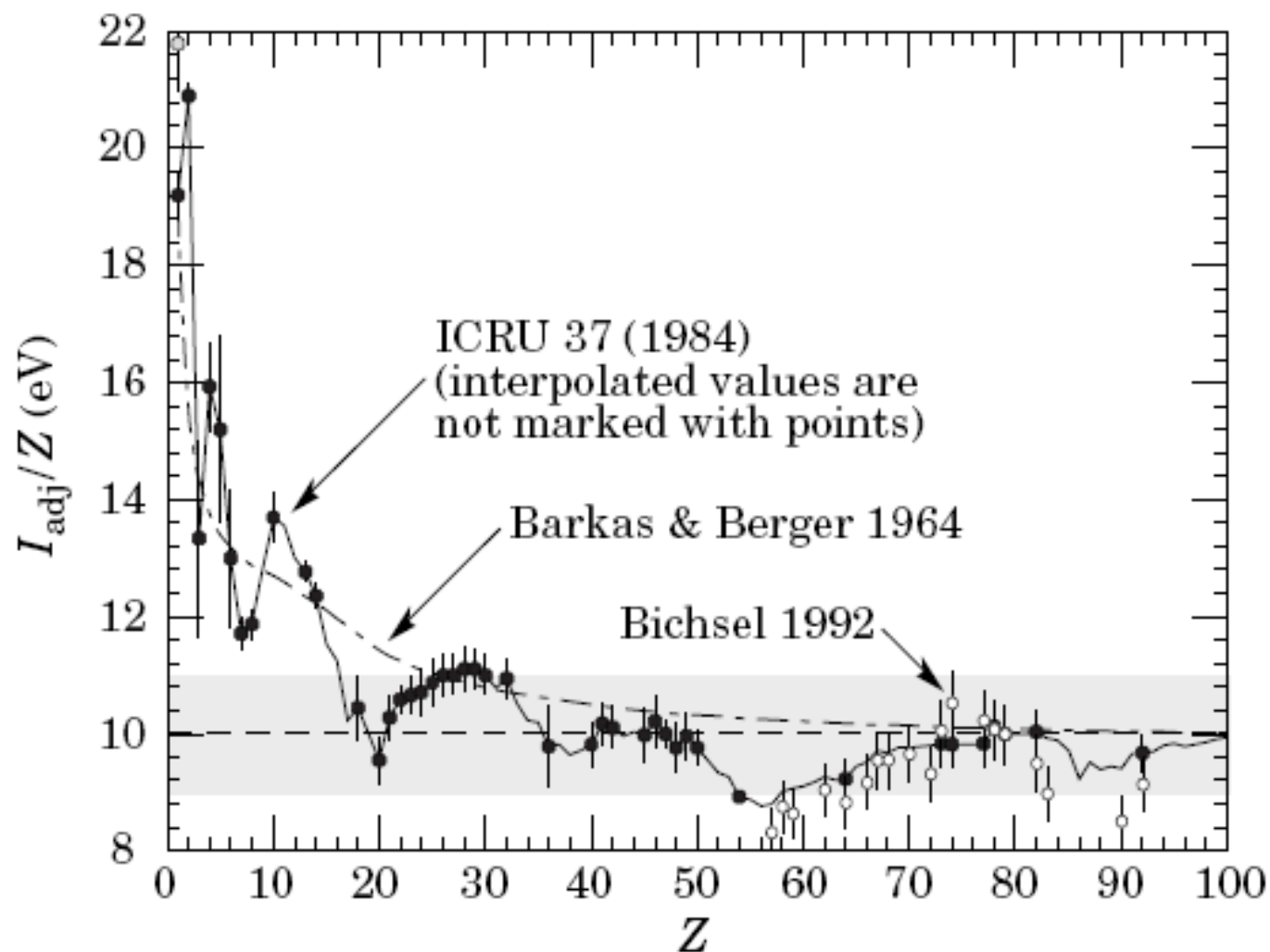
$T_{\max}$ Energia máxima transferida na colisão

$$T_{\max} \sim 2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 \quad (M \gg m_e)$$

$$\rho \times N_A \times \frac{Z}{A}$$

densidade de electrões

Mean Excitation Energy



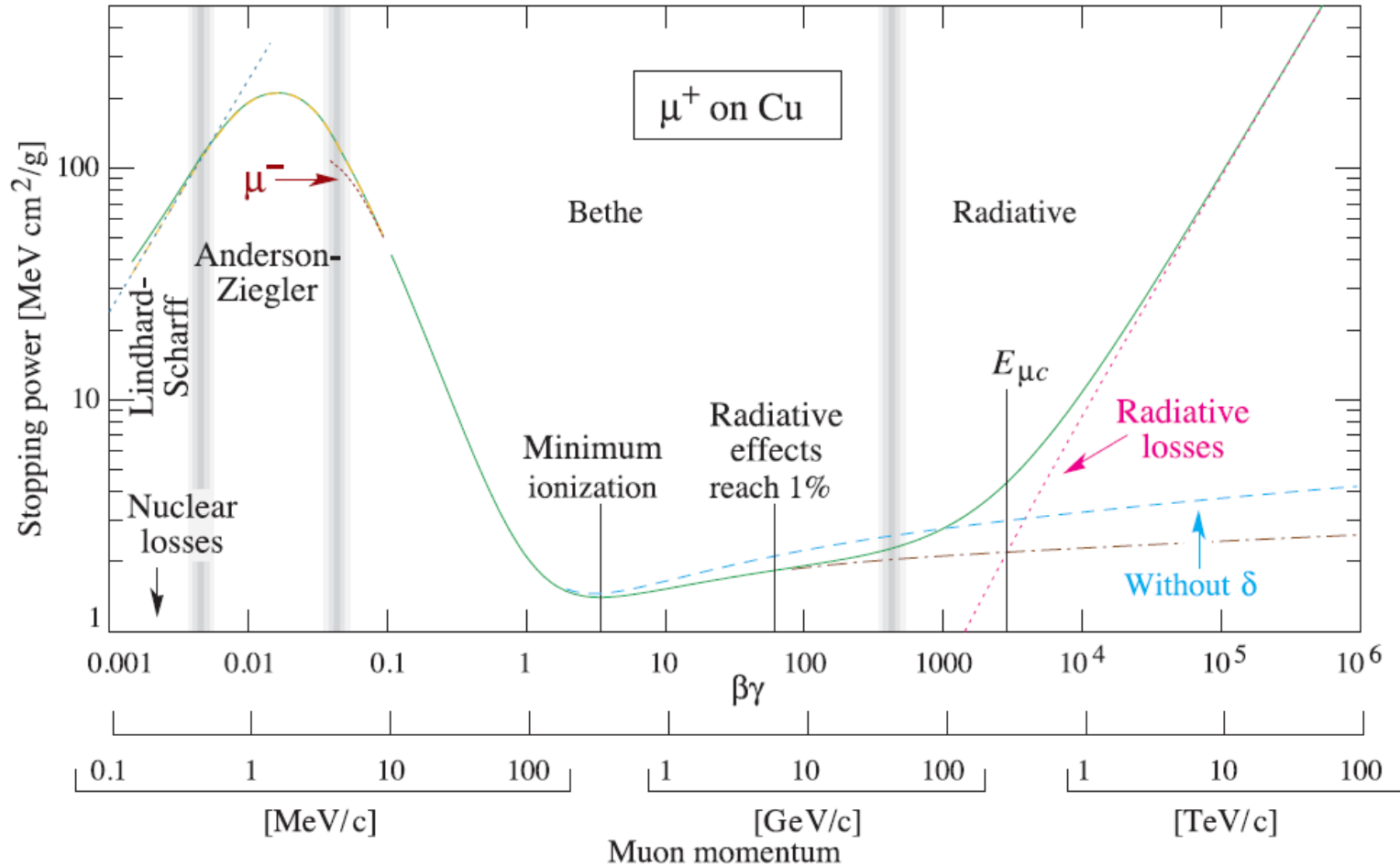


Fig. 30.1: Stopping power ($= \langle -dE/dx \rangle$) for positive muons in copper as a function of $\beta\gamma = p/Mc$ over nine orders of magnitude in momentum (12 orders of magnitude in kinetic energy). Solid curves indicate the total stopping power. Data below the break at $\beta\gamma \approx 0.1$ are taken from ICRU 49 [4], and data at higher energies are from Ref. 5. Vertical bands indicate boundaries between different approximations discussed in the text. The short dotted lines labeled “ μ^- ” illustrate the “Barkas effect,” the dependence of stopping power on projectile charge at very low energies [6].

Perda de energia por excitação e ionização

Interpretação :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = K_Z^2 \frac{Z}{A} \left[\frac{2 \ln(2m_e c^2 / I) - \delta}{\beta^2} + \frac{4 \ln(\beta\gamma)}{\beta^2} - 2 \right]$$

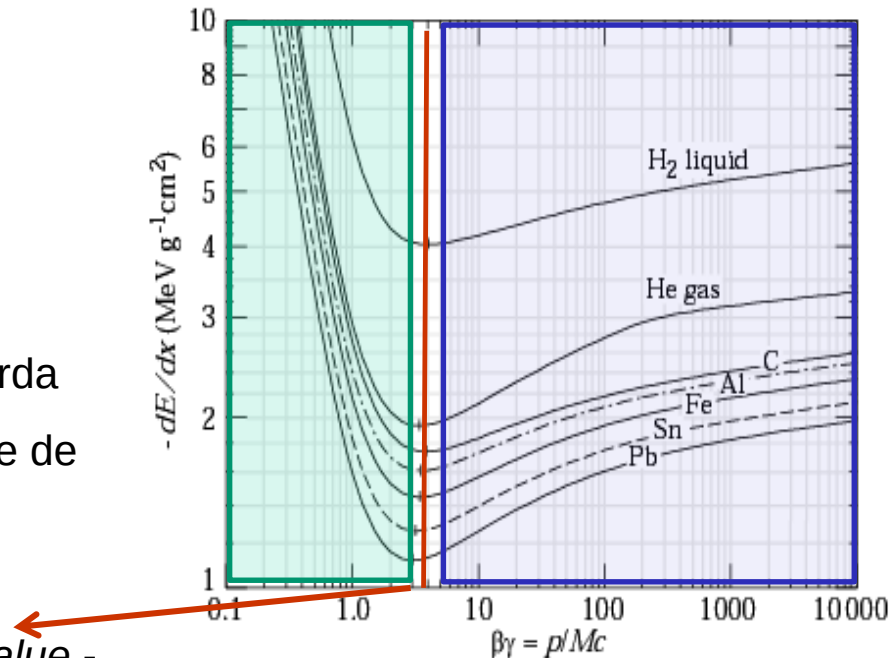
1. Para velocidades da partícula na região $\beta\gamma < 3-3.5$ ($\beta < 0.95-0.96$):

$$\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{\beta^2}$$

2. Para a região $\beta\gamma > 3-3.5$ a partícula tem um comportamento relativista ($\beta > 0.95-0.96$) e a perda de energia é dominada pelo termo que depende de $\ln(\beta\gamma) \sim \ln(\gamma)$.

3. O mínimo da distribuição – *minimum ionizing value* – é aproximadamente independente do material e corresponde a $\beta\gamma \sim 3-3.5$ para $Z \in [100, 7]$.

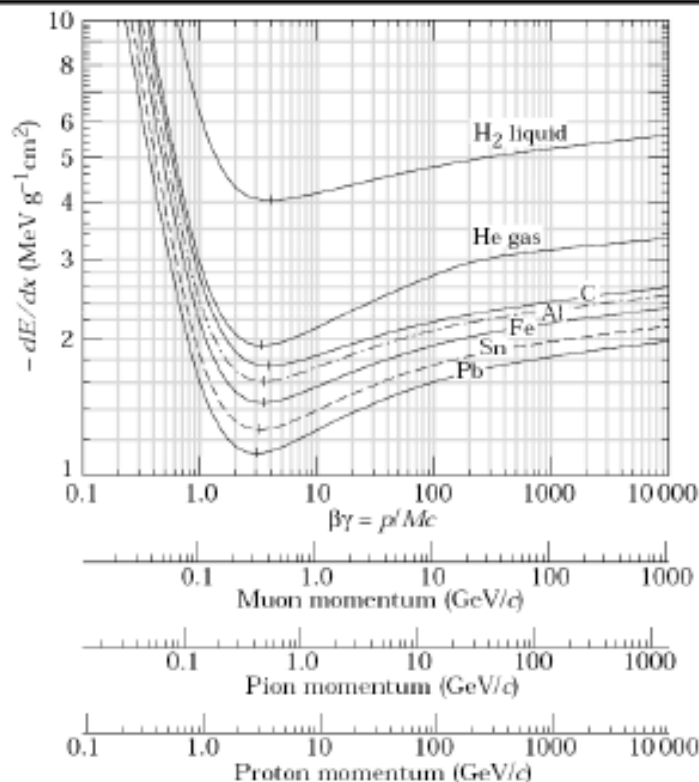
4. Na região $0.01 < \beta < 0.05$ a teoria não se aplica



Perda de energia por excitação e ionização: a fórmula de Bethe-Bloch

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = K Z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta \right] \text{ (MeV/(g/cm}^2\text{))}$$

$$K = K' \times N_A$$



Nota:

perda de energia por unidade de comprimento em $[\text{MeV/cm}] = dE/dX [\text{MeV}/(\text{g/cm}^2)] * \rho [\text{g/cm}^3]$

Perda de energia por excitação e ionização

*Exemplo de aplicação da fórmula de Bethe-Bloch:
alguns números para partículas relativistas*

Considerando:

- dE/dX perto do mínimo ($\beta\gamma \approx 3$)
- $Z \approx 0.5 A$

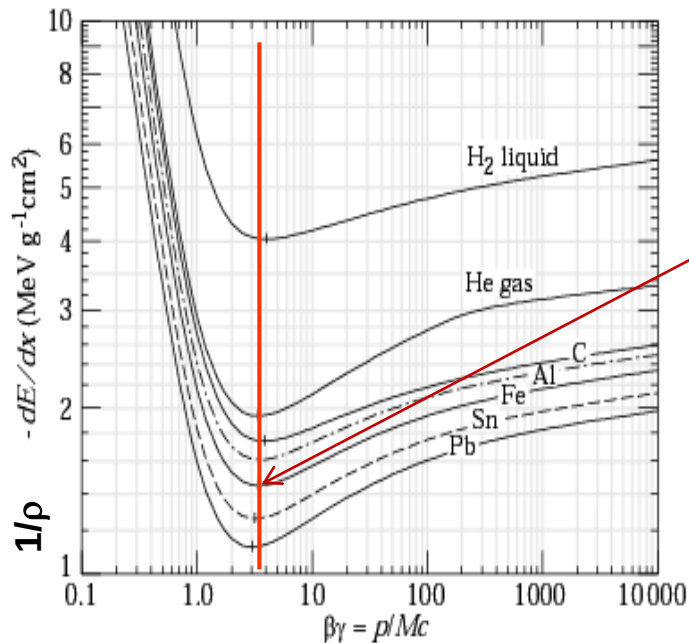
Para o Ferro : $\rho = 7.87 \text{ g/cm}^3$

$1/\rho \text{ } dE/dx \approx 1.4 \text{ MeV/(g/cm}^2\text{)}$

$dE/dx = 1.4 * 7.87 \text{ [MeV/cm]} = 11.02 \text{ MeV/cm}$

Um muão perde ~11 MeV por cm ao atravessar um bloco de Fe.

Um muão de 1 GeV (1000 MeV) pode atravessar 1 m de Fe!



Nota:

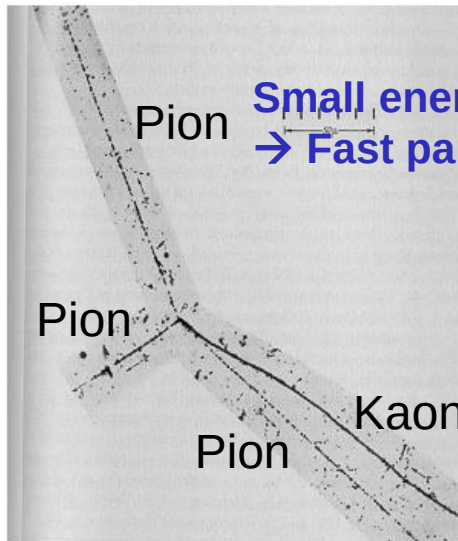
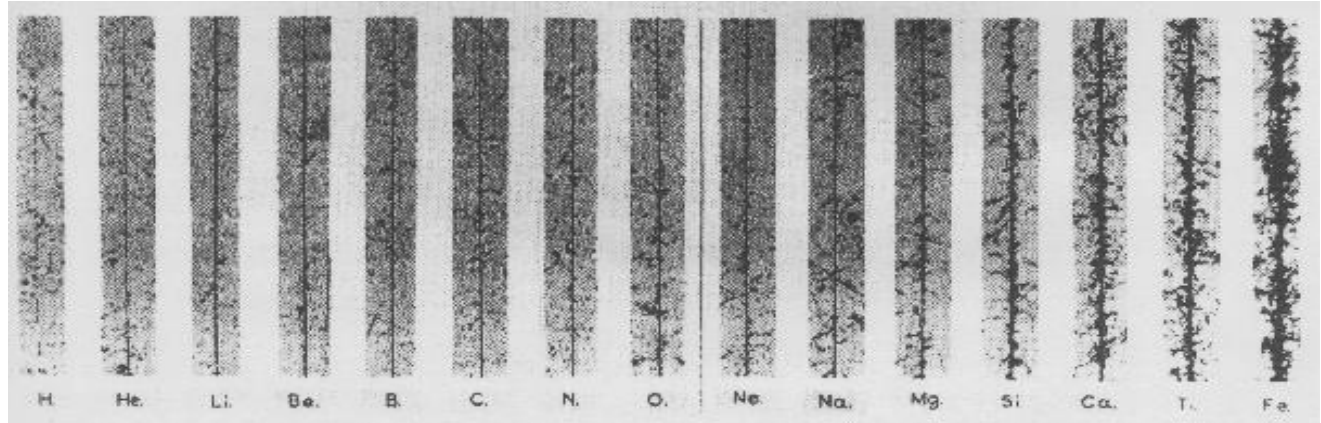
perda de energia por unidade comprimento de $[\text{MeV/cm}] = dE/dX [\text{MeV/(g/cm}^2\text{)}] * \rho [\text{g/cm}^3]$

Perda de energia por excitação e ionização

Exemplos de aplicação

Raios cósmicos: chegam-nos iões de diferentes valores de z :

$$\frac{dE}{dx} \propto z^2$$



Small energy loss
→ **Fast particle**

Large energy loss
→ **Slow particle**

$$\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{\beta^2} \text{ para } \beta\gamma < 3$$

Perda de energia por excitação e ionização

Range

Distância percorrida por uma partícula de massa M e energia cinética E_0 ao atravessar um material até parar.

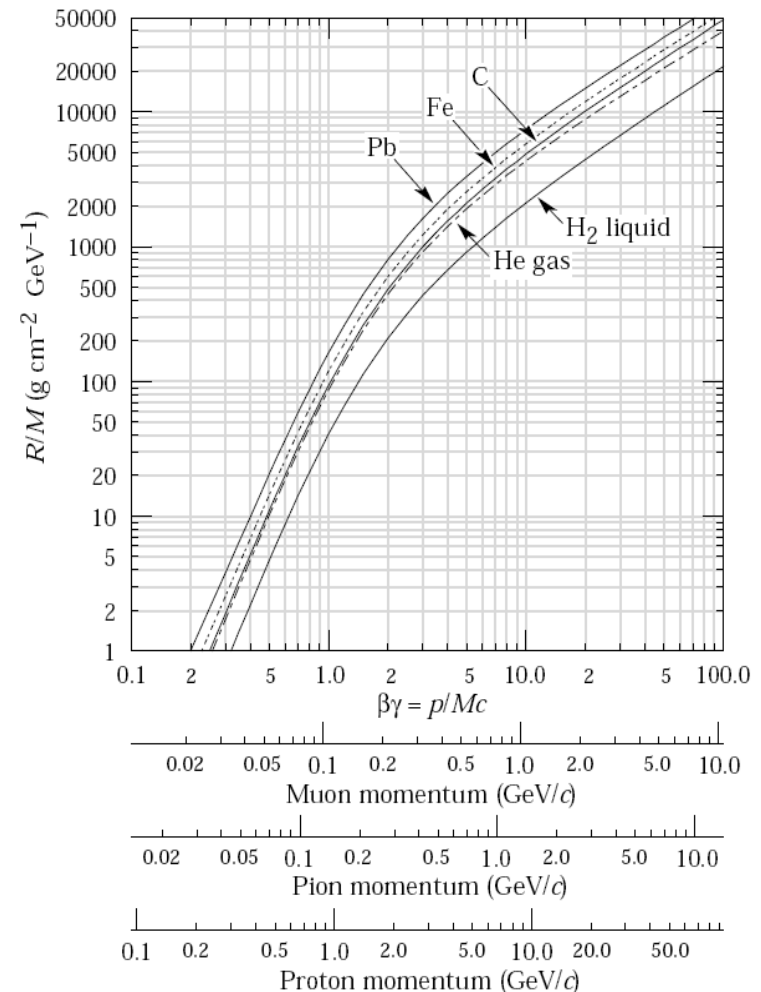
Desprezando o efeito de *multiple scattering*, a distância de paragem da partícula (alcance) é uma função da perda de energia por excitação e ionização e é dada por:

$$R(E_0) = \int_{E_0}^0 \frac{-1}{dE/dx} dE$$

$$R(\beta_0 \gamma_0) = \frac{Mc^2}{\rho} \frac{1}{Z_1^2} \frac{A}{Z} f(\beta_0 \gamma_0)$$

$$\frac{\rho}{Mc^2} R(\beta_0 \gamma_0) = \frac{1}{Z_1^2} \frac{A}{Z} f(\beta_0 \gamma_0)$$

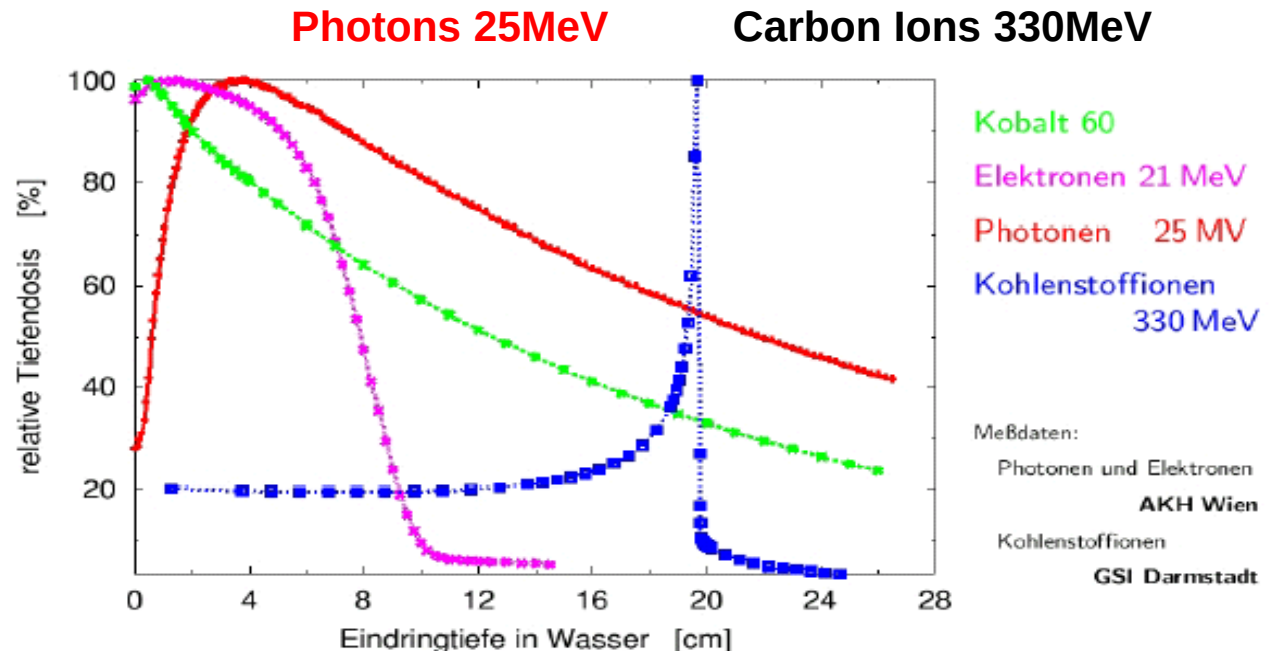
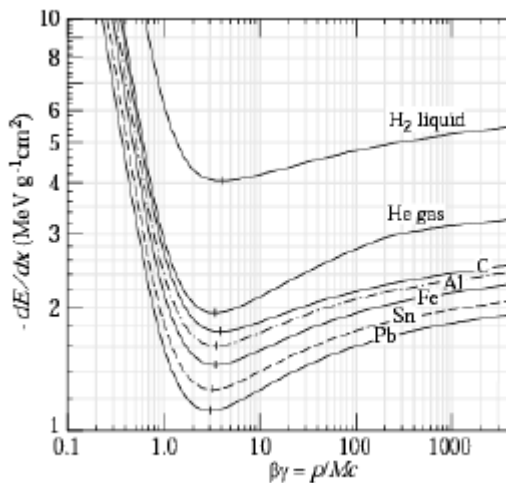
~independente do material



Perda de energia por excitação e ionização

Pico de Bragg

- Para a região $\beta\gamma > 3-3.5$ a perda de energia é praticamente constante: **plateau de Fermi**.
- Para velocidades da partícula na região $\beta\gamma < 3-3.5$ a perda de energia aumenta com a $1/\beta^2$, tornando-se cada vez maior, à medida que a partícula perde velocidade. Este comportamento traduz-se no **pico de Bragg** com aplicações em radioterapia.



Perda de energia por excitação e ionização

Range: approximation in the low velocity region

Low velocity region

$$-\frac{dE}{dx} \approx k \frac{1}{\beta^2}$$

with

$$\beta^2 = \frac{E^2 - (Mc^2)^2}{E^2}$$

Average range:

$$\bar{R} = \int_{E_0}^{Mc^2} \frac{dE}{-\frac{dE}{dx}} = \frac{1}{k} \int_{Mc^2}^{E_0} \frac{E^2 - (Mc^2)^2}{E^2} dE = \frac{1}{k} \left[E - (Mc^2)^2 \left(-\frac{1}{E} \right) \right]_{Mc^2}^{E_0} = \frac{1}{k} \frac{(E_0 - Mc^2)^2}{E_0}$$

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \frac{T_0^2}{E_0} [\text{cm}] \quad \text{with} \quad k = \rho \times 0.1535 \times z^2 \times \frac{Z}{A} \times 2 \ln \left(\frac{2m_e c^2}{I} \right)$$

Perda de energia por excitação e ionização

Exemplo: Estimativa do alcance médio de partículas α no ar:

- $M_\alpha \sim 4 \cdot M_{\text{proton}} (\sim 1 \text{ GeV}/c^2) \sim 4000 \text{ MeV}$
- $T_\alpha \sim 3\text{-}7 \text{ MeV} \rightarrow$ consideremos 5 MeV
- $z_\alpha = 2$
- $\rho(\text{ar}) (\text{PTN}) = 1.2048 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$
- $I(\text{ar}) = 85.7 \text{ eV}$

1. $E_\alpha = T_\alpha + M_\alpha c^2 = 4005 \text{ MeV}$

2. $\beta = \text{Sqrt}(E_\alpha^2 - (M_\alpha c^2)^2) / E_\alpha \sim 0.05$: **very slow particles!!** $\beta\gamma \sim 1$

$$k \sim 0.1535 \times \rho \times z^2 \times \frac{Z}{A} \times 2 \ln \left(\frac{2m_e c^2}{I} \right) = 0.1535 \times 1.2048 \times 10^{-3} \times 4 \times 0.5 \times 2 \times 9.39 \sim 0.0069 \text{ MeV cm}^{-1}$$

$$\bar{R} \approx \frac{1}{k} \frac{T_\alpha^2}{E_\alpha} = \frac{1}{0.0069} \times \frac{5^2}{4005} \sim 1 \text{ cm}$$

Nota:

uma melhor descrição dos resultados experimentais é: $R (\text{cm}) = 0.32 E(\text{MeV})^{3/2}$ (2-5 cm para $T_\alpha \sim 3\text{-}7 \text{ MeV}$)

Search for Hidden Chambers in the Pyramids

The structure of the Second Pyramid of Giza is determined by cosmic-ray absorption.

Luis W. Alvarez, Jared A. Anderson, F. El Bedwei, James Burkhard, Ahmed Fakhry, Adib Girgis, Amr Goneid, Fikhray Hassan, Dennis Iverson, Gerald Lynch, Zenab Miligy, Ali Hilmy Moussa, Mohammed-Sharkawi, Lauren Yazolino

Fig. 2 (bottom right). Cross sections of (a) the Great Pyramid of Cheops and (b) the Pyramid of Chephren, showing the known chambers: (A) Smooth limestone cap, (B) the Belzoni Chamber, (C) Belzoni's entrance, (D) Howard-Vyse's entrance, (E) descending passageway, (F) ascending passageway, (G) underground chamber, (H-1) Grand Gallery, (I) King's Chamber, (J) Queen's Chamber, (K) center line of the pyramid.

6 FEBRUARY 1970

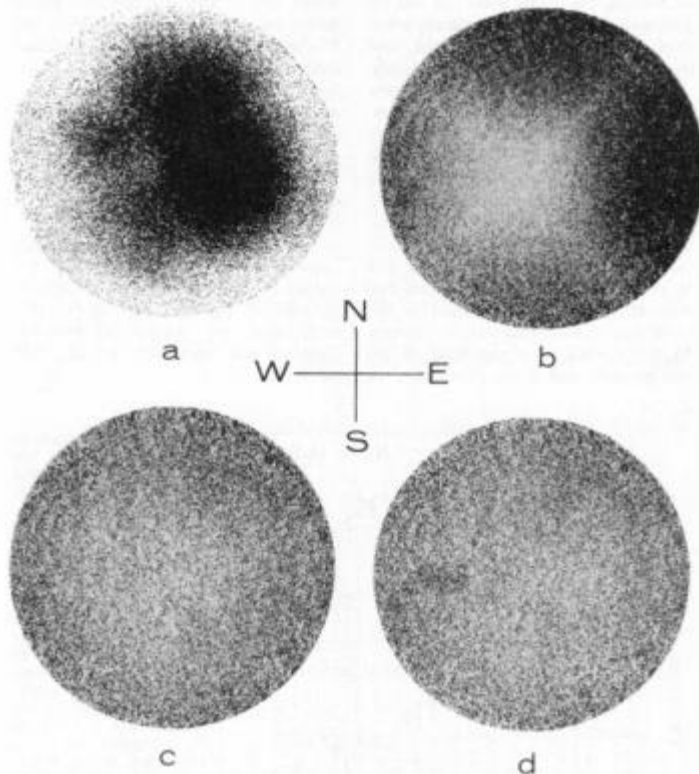
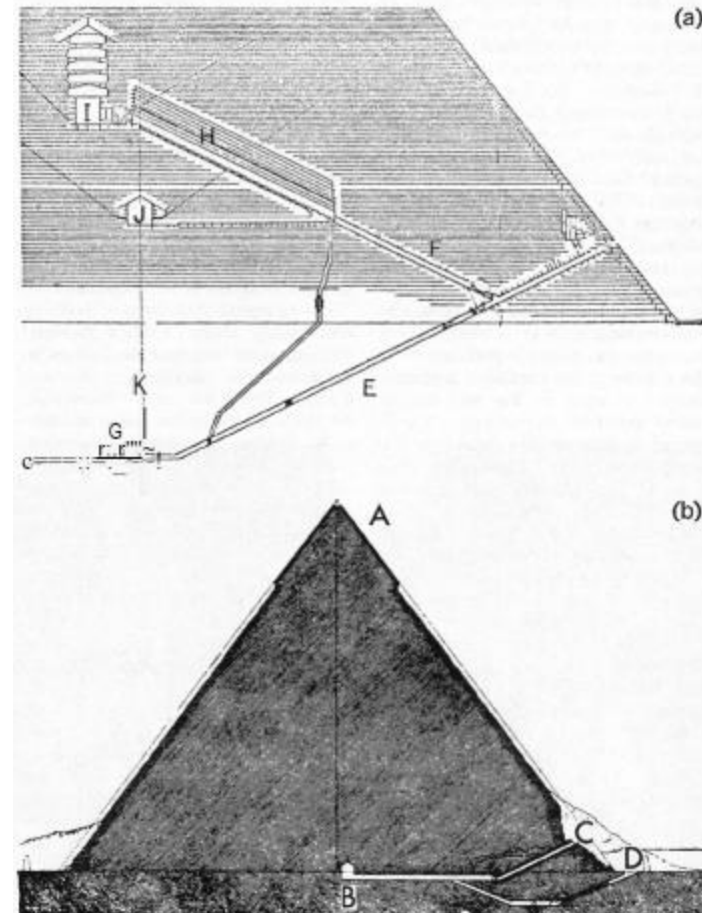


Fig. 13. Scatter plots showing the three stages in the combined analytic and visual analysis of the data and a plot with a simulated chamber. (a) Simulated "x-ray photograph" of uncorrected data. (b) Data corrected for the geometrical acceptance of the apparatus. (c) Data corrected for pyramid structure as well as geometrical acceptance. (d) Same as (c) but with simulated chamber, as in Fig. 12.

Luis Alvarez used the attenuation of muons to look for chambers in the Second Giza Pyramid → Muon Tomography

He proved that there are no chambers present.



Créditos e Bibliografia

Slides preparados por

Catarina Espírito Santo (LIP/IST) , Patrícia Gonçalves (LIP/IST) , Bernardo Tomé (LIP/IST)

baseados em:

Sérgio Ramos, Slides da cadeira de Física da Radiação,
http://www.lip.pt/~sramos/ist/frad_biom06.html

Fernando Barão, Slides do Laboratório de Raios Cósmicos,
<http://labrc.ist.utl.pt/MyContents/Lab.RaiosCosmicos/LabRC.main.html>

W. Riegler, O. Ullaland, G.Cowan, CERN Summer students programme lectures
<http://indico.cern.ch/categoryDisplay.py?categId=345> (2006-2008)

E na seguinte bibliografia:

- G.F. Knoll, “Radiation detection and measurement”
- W.R. Leo, “Techniques for nuclear and particle physics experiments”
- G. Cowan, “Statistical data analysis”
- L. Lyons, “Statistics for nuclear and particle physicists”
- Particle Data Group, <http://pdg.lbl.gov/>