



INSTITUTO
SUPERIOR
TÉCNICO

Eng^a Electrotécnica e de Computadores

2^o Teste de Física de II

Prof. Fernando Barão

2 de Dezembro de 2002, 19h

Duração do Teste: 1h30min

ATENÇÃO: Não é permitido o uso de formulários, calculadoras e telemóveis
Resolva os grupos em folhas separadas

CONSTANTES

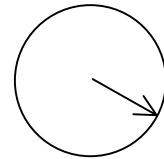
$$\epsilon_0 \approx 9 \times 10^{-12} \text{ (C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}\text{)}$$

$$\mu_0 / 4\pi = 10^{-7} \text{ (N} \cdot \text{A}^{-2}\text{)}$$

$$|q_{\text{electrão}}| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ (C)}$$

1. [Cotações: a) 1,5 ; b) 2,0 ; c1) 2,0 ; c2) 2,0 ; c3) 1,5 ; c4) 1,0]

Considere uma esfera condutora de raio R_1 carregada com uma carga Q , em regime electrostático e imersa no vácuo.



Secção da esfera condutora

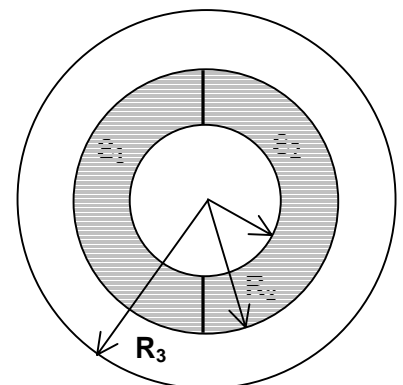
a) Utilize a lei de Gauss para mostrar que toda a carga da esfera se encontra na sua superfície.

R: Em equilíbrio electrostático $E=0$ no interior do condutor \Rightarrow nenhuma superfície fechada no interior do condutor pode ter carga dentro, ou o fluxo do campo seria diferente de zero

b) Determine o campo eléctrico, \vec{E} , e o potencial eléctrico, V , fora da esfera ($r > R_1$). Justifique detalhadamente os seus cálculos.

$$R: \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \quad , \quad V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

c) Por forma a construir um condensador esférico, são colocadas, concenticamente com a esfera condutora, duas semicoroas esféricas isolantes de raios internos R_1 e raios externos R_2 , e constantes dieléctricas ϵ_1 e ϵ_2 . É colocado também, concenticamente com as anteriores, uma coroa esférica condutora neutra de raio interno R_2 e raio externo R_3 .



Secção do condensador esférico

Para responder às alíneas seguintes tenha em atenção que a introdução dos isolantes não altera a forma das linhas do campo eléctrico.

c1) Determine o campo eléctrico, \vec{E} , dentro do isolante ($R_1 < r < R_2$) e no espaço exterior ao sistema ($r > R_3$). Faça um gráfico de $\mathbf{E}(r)$ para todo o espaço.

$$R: \vec{E} = \frac{Q}{2\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)r^2} \vec{u}_r, \quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$$

c2) Determine a capacidade do sistema.

$$R: C = 2\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2) \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

c3) Determine as distribuições de carga na superfície do condutor interior e as carga de polarização existentes no dieléctrico (em volume e em superfície).

R:

$$\sigma_1(R_1) = \frac{Q}{2\pi R_1^2} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2}, \quad \sigma_2(R_1) = \frac{Q}{2\pi R_1^2} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}, \quad \sigma'_1(R_1) = -\sigma_1(R_1) \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1}\right)$$

$$\sigma'_2(R_1) = -\sigma_2(R_1) \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2}\right), \quad \sigma'_1(R_2) = -\sigma'_1(R_1) \frac{R_1^2}{R_2^2}, \quad \sigma'_2(R_2) = -\sigma'_2(R_1) \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

$$\rho'_1 = \rho'_2 = 0$$

c4) Alterar-se-iam os resultados das alíneas **c1)** e **c2)** se se tivesse carregado o condutor exterior com a carga Q em vez do condutor interior? Justifique detalhadamente a sua resposta.

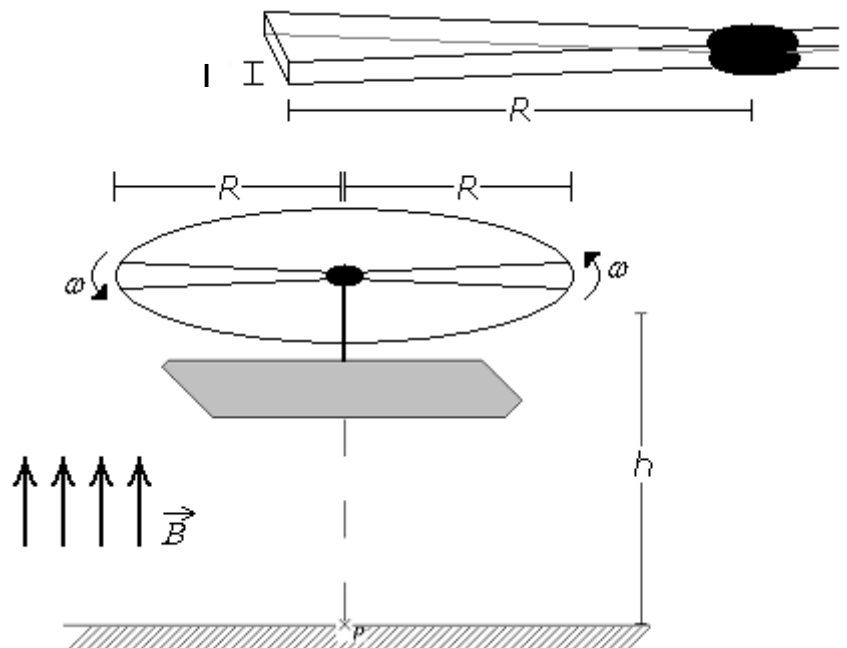
R: **c1)** seria diferente pois o campo eléctrico só seria diferente de zero para $r > R_3$; **c2)** seria igual pois a capacidade é uma característica do sistema, independente da carga ou diferença da potencial.

2. [Cotações: **a)** 1,5 ; **b)** 1,5 ; **c1)** 2,0 ; **c2)** 2,0 ; **c3)** 1,5 ; **c4)** 1,5]

A hélice de um helicóptero-robot possui duas pás de $R=5$ metros de comprimento, de altura $l=10^{-2}$ m e

largura angular $\theta=\pi/10$ rad, girando a 6000 rpm (rotações por minuto). O helicóptero encontra-se numa zona em que o campo magnético terrestre, que pode ser considerado uniforme, $B=10^{-4}$ T (perpendicular ao solo, de baixo para cima).

a) Calcule a força magnética a que está sujeito um electrão, a uma distância r do centro da



hélice, devido à acção do campo magnético terrestre.

$$R: \vec{F}_m = -q\omega Br \vec{u}_r$$

- b) Calcule a intensidade, direcção e sentido do campo eléctrico criado na hélice na situação de equilíbrio.

$$R: \vec{E} = -\omega Br \vec{u}_r$$

- c) Calcule as densidades de carga em volume, ρ , e em superfície, σ , que existem na pá da hélice.

$$R: \rho = -\epsilon_0 \omega B \text{ (C.m}^{-3}\text{)} \quad , \quad \sigma = |\rho| R \text{ (C.m}^{-2}\text{)}$$

- d) Calcule as densidades de corrente criadas por ρ e por σ , em função de r e do tempo.

$$R: \vec{J}_\rho = \rho \omega r \vec{u}_\theta \quad , \quad \frac{\Delta t}{T} = 2 \frac{\theta}{2\pi} \text{ (A.m}^{-2}\text{)} \quad , \quad \vec{J}_\sigma = \sigma \omega R \vec{u}_\theta \quad , \quad \frac{\Delta t}{T} = 2 \frac{\theta}{2\pi} \text{ (A.m}^{-1}\text{)}$$

- e) Calcule as correntes médias criadas por ρ e por σ .

$$R: \bar{I}_\rho = \rho \omega \frac{R^2}{2} l \frac{\theta}{\pi} \text{ (A.)} \quad , \quad \bar{I}_\sigma = \sigma \omega R l \frac{\theta}{\pi} \text{ (A)}$$

- f) Calcule o campo magnético criado pela corrente superficial da hélice num ponto **P** no solo, a uma altura $h=10\text{m}$ do eixo da hélice (ver figura).

$$R: B = \frac{\mu_0 \bar{I}_\sigma}{2\pi R} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{h}{R}\right)^2\right]^{3/2}} \text{ com a direcção vertical e sentido de baixo para cima}$$