

**Notas sobre a reflexão e refração
das ondas electromagnéticas**

Fernando Barão
Nota: este texto está sujeito a revisão.

1 Eqs. de Maxwell: condições fronteira

Queremos estudar o que acontece a uma onda electromagnética quando esta atravessa dois meios dieléctricos diferentes; ou seja, necessitamos de saber como se alteram os campos eléctrico e magnético na transição dos meios. As equações de Maxwell, que recordamos de seguida na sua forma integral, dão-nos a resposta.

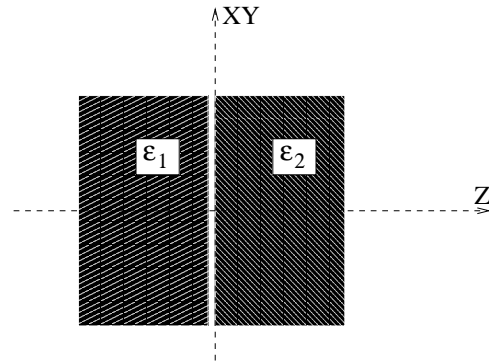
$$(1) \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{livres}$$

$$(2) \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$(3) \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$(4) \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_{livres} + \frac{d\Phi_D}{dt}$$

Suponhamos agora dois meios dieléctricos homogéneos diferentes de permitividade eléctrica ϵ_1 e ϵ_2 e permeabilidade magnética próxima da do vazio (μ_0). Admitamos que a superfície de separação dos dois meios seja o plano $Z = 0$, tal como se mostra na figura. Utilizando as eqs. de Maxwell definidas acima e tendo em conta que não existem cargas livres nem correntes, podem-se obter as seguintes condições fronteira para os campos:



$$D_1^\perp = D_2^\perp \Rightarrow \epsilon_1 E_1^\perp = \epsilon_2 E_2^\perp \quad (1)$$

$$B_1^\perp = B_2^\perp \quad (2)$$

$$\vec{E}_1^\parallel = \vec{E}_2^\parallel \quad (3)$$

$$\vec{H}_1^\parallel = \vec{H}_2^\parallel \Rightarrow \frac{\vec{B}_1^\parallel}{\mu_1} = \frac{\vec{B}_2^\parallel}{\mu_2} \quad (4)$$

onde \perp representa a componente do campo perpendicular à superfície de separação (isto é, na direcção do eixo dos Z) e \parallel a componente paralela à

superfície de separação (isto é, definida no plano XY).

2 Ondas harmónicas planas

Nas ondas electromagnéticas planas, todos os pontos pertencentes a qualquer plano perpendicular à direcção de propagação da onda, encontram-se no mesmo estado de oscilação. A onda é assim caracterizada somente pela distância do plano à origem das coordenadas.

A focagem do nosso estudo nas ondas planas faz-se tendo em conta que qualquer outro tipo de onda se pode obter por sobreposição de ondas planas (análise de Fourier).

A onda harmónica é caracterizada pelo seu comprimento de onda λ , que traduz a periodicidade espacial e pela frequência angular $\omega = 2\pi f$, que traduz a periodicidade temporal.

Para uma onda a propagar-se com uma velocidade v , existe a seguinte relação entre o comprimento de onda e a frequência da onda:

$$\lambda f = v$$

A direcção de propagação da onda é dada pelo vector de ondas ($\vec{\kappa}$), cuja magnitude é dada pela seguinte expressão:

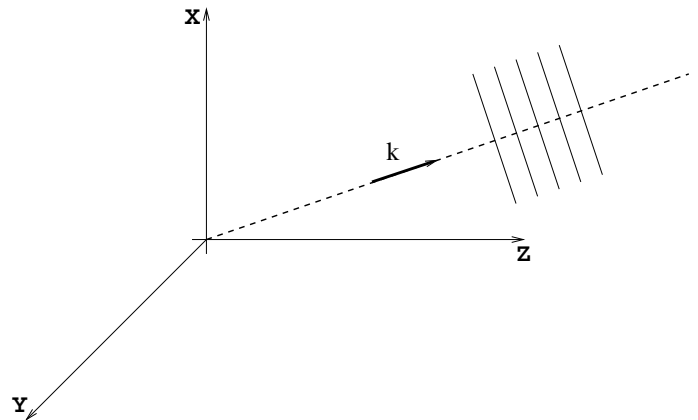
$$\kappa \equiv |\vec{\kappa}| = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow kv = \omega$$

Assim, o campo eléctrico e magnético existentes num ponto P definido pelo vector posição \vec{r} , podem-se escrever em notação complexa como:

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}_0 e^{i(\vec{\kappa} \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B}(\vec{r}, t) &= \vec{B}_0 e^{i(\vec{\kappa} \cdot \vec{r} - \omega t)}\end{aligned}$$

onde os campos se relacionam através de:

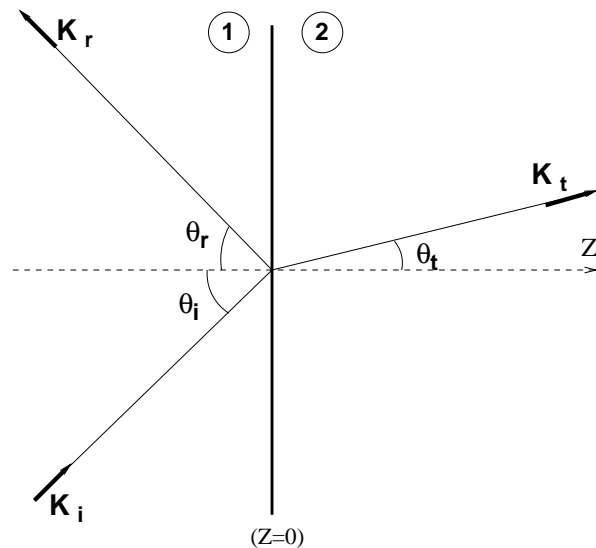
$$\vec{B}_0 = \frac{1}{v} \left(\frac{\vec{\kappa}}{|\vec{\kappa}|} \times \vec{E}_0 \right)$$



O termo expoente da exponencial ($\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t$) constitui a chamada fase da onda. Pode existir adicionalmente uma fase δ na origem da onda, mas esse termo está agrupado à amplitude.

3 Reflexão e transmissão de uma onda e.m. com incidência oblíqua numa superfície de separação

Suponhamos uma onda monocromática de frequência ω a incidir obliquamente numa superfície de separação entre dois meios dieléctricos homogêneos (meio 1 e 2). A pergunta que se pode colocar é a seguinte: qual a fracção de energia da onda incidente que se reflecte e transmite? Ora para respondermos a esta questão temos que conhecer como se alteram os campos eléctrico e magnético. Ou seja, aplicando as condições fronteira derivadas das eqs de Maxwell, chegaremos às chamadas equações de Fresnel que relacionam os campos reflectido e transmitido com os campos incidentes.



3.1 Caracterização dos campos

As ondas e.m. incidente e reflectida propagam-se no meio dieléctrico **1** enquanto que a onda transmitida se propaga no meio **2**; a velocidade de propagação das ondas é dada por:

$$v_1 = \frac{1}{\sqrt{\mu_1 \epsilon_1}} \simeq \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_1}} \quad (\text{ondas incidente e reflectida})$$

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{\mu_2 \epsilon_2}} \simeq \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_2}} \quad (\text{onda transmitida})$$

onde se considerou a permeabilidade magnética dos meios como essencialmente a do vácuo (o que é verdade com excepção dos materiais ferromagnéticos!).

A velocidade de propagação pode ser expressa também em termos do índice de refração do meio (n); tem-se assim:

$$\begin{aligned}v_1 &= \frac{c}{n_1} \text{ (ondas incidente e reflectida)} \\v_2 &= \frac{c}{n_2} \text{ (onda transmitida)}\end{aligned}$$

De seguida escrevem-se as expressões genéricas dos campos eléctrico e magnético associados às ondas electromagnéticas:

Onda incidente

$$\begin{aligned}\vec{E}_i(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{0i} e^{i(\vec{\kappa}_i \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B}_i(\vec{r}, t) &= \vec{B}_{0i} e^{i(\vec{\kappa}_i \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B}_{0i} &= \frac{1}{v_1} \left(\frac{\vec{\kappa}_i}{|\vec{\kappa}_i|} \times \vec{E}_{0i} \right)\end{aligned}$$

Onda reflectida

$$\begin{aligned}\vec{E}_r(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{0r} e^{i(\vec{\kappa}_r \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B}_r(\vec{r}, t) &= \vec{B}_{0r} e^{i(\vec{\kappa}_r \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B}_{0r} &= \frac{1}{v_1} \left(\frac{\vec{\kappa}_r}{|\vec{\kappa}_r|} \times \vec{E}_{0r} \right)\end{aligned}$$

Onda transmitida

$$\begin{aligned}\vec{E}_t(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{0t} e^{i(\vec{\kappa}_t \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B}_t(\vec{r}, t) &= \vec{B}_{0t} e^{i(\vec{\kappa}_t \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B}_{0t} &= \frac{1}{v_1} \left(\frac{\vec{\kappa}_t}{|\vec{\kappa}_t|} \times \vec{E}_{0t} \right)\end{aligned}$$

As três ondas possuem a mesma frequência uma vez que esse parâmetro só depende da fonte. Os três vectores estão então relacionados:

$$\kappa_i v_1 = \kappa_r v_1 = \kappa_t v_2 = \omega$$

Donde:

$$\begin{aligned}\kappa_i &= \kappa_r \\ \kappa_t &= \frac{v_1}{v_2} \kappa_i = \frac{n_2}{n_1} \kappa_i\end{aligned}$$

3.2 Caracterização dos ângulos

No plano de separação ($z = 0$) dos meios os campos de um lado e outro da superfície relacionam-se entre si através das condições fronteira; isto é, relacionamos $\vec{E}_1^{tot} \rightarrow \vec{E}_2^{tot}$ e identicamente para o campo magnético. O termo de fase das ondas que possui a dependência explícita nas coordenadas x, y, t (uma vez que $z=0$ no plano de separação), deve ser independente do ponto de incidência da onda no plano de separação $P \equiv (x, y, 0)$; ou seja, os expoentes devem ser iguais.

$$\vec{\kappa}_i \cdot \vec{r} = \vec{\kappa}_r \cdot \vec{r} = \vec{\kappa}_t \cdot \vec{r}$$

Ora isto implica que tenhamos as componentes dos vectores de onda segundo x e y iguais,

$$\begin{aligned}k_{i_x} &= k_{r_x} = k_{t_x} \\ k_{i_y} &= k_{r_y} = k_{t_y}\end{aligned}$$

Em particular, podemos orientar os eixos XY associados ao plano de separação de forma a que tenhamos a componente segundo y dos vectores de onda, nula; ou seja, os vectores de onda das ondas incidente, reflectida e transmitida formam um plano-o chamado **plano de incidência** da onda.

Tem-se assim:

$$k_{i_x} = k_{r_x} \Rightarrow \kappa_i \sin \theta_i = \kappa_r \sin \theta_r$$

$$\boxed{\theta_i = \theta_r}$$

e deriva-se ainda a **Lei de Snell**:

$$k_{i_x} = k_{t_x} \Rightarrow \kappa_i \sin \theta_i = \kappa_t \sin \theta_t$$

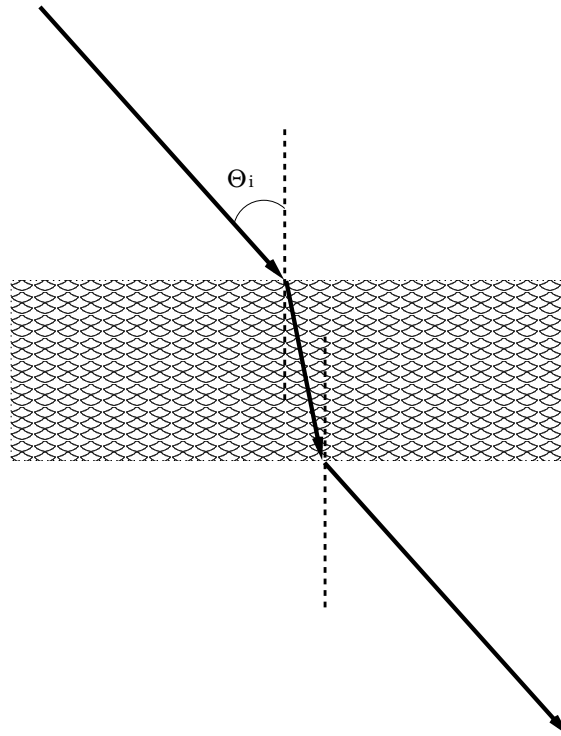
$$\boxed{n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t}$$

3.2.1 Reflexão Total das ondas

A lei de Snell relaciona o ângulo de incidência (θ_i) das ondas (electromagnéticas e não só...uma vez que na sua derivação as eqs de Maxwell não interviram!) com o ângulo de transmissão (θ_t):

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$$

Assim, quando as ondas passam de um meio 1 menos denso para um meio 2 mais denso, ou seja onde a velocidade das ondas seja menor, o ângulo de transmissão é menor que o ângulo de incidência ($\theta_t < \theta_i$). No caso oposto, quando há uma transição de uma meio mais denso para um meio menos denso (por exemplo, da água para o ar), o ângulo de transmissão é maior que o de incidência ($\theta_t > \theta_i$).



Portanto, quando existe uma transição entre meios materiais, em que a velocidade da onda aumenta, o ângulo da onda transmitida (o ângulo que a direcção de propagação faz com a normal ao plano de separação dos meios) é maior que o de incidência; existirá por isso um ângulo de incidência limite, também chamado **ângulo crítico**, a partir do qual não há transmissão da onda. Esse ângulo pode-se calcular como:

$$n_1 \sin \theta_i^c = n_2 \sin(\pi/2)$$

$$\boxed{\sin \theta_i^c = n_2/n_1}$$

Por exemplo, luz visível proveniente da água que incida com um ângulo superior a ~ 49 graus, não é transmitida. Faça a experiência colocando um objecto no interior da água e observe-o de diferentes posições!

Para onde foi a onda? Foi totalmente reflectida. Isto porque, numa qualquer transição entre meios diferentes, há sempre radiação reflectida e transmitida. Neste caso, eliminámos a transmissão, confinando por isso a radiação ao meio.

A técnica da reflectão interna total é usada na transmissão de informação por fibra óptica.

3.3 Condições fronteira dos campos

Uma vez que os factores exponenciais dos campos se cancelam, as condições fronteira escritas na secção 1 resultam nas seguintes equações para as amplitudes dos campos:

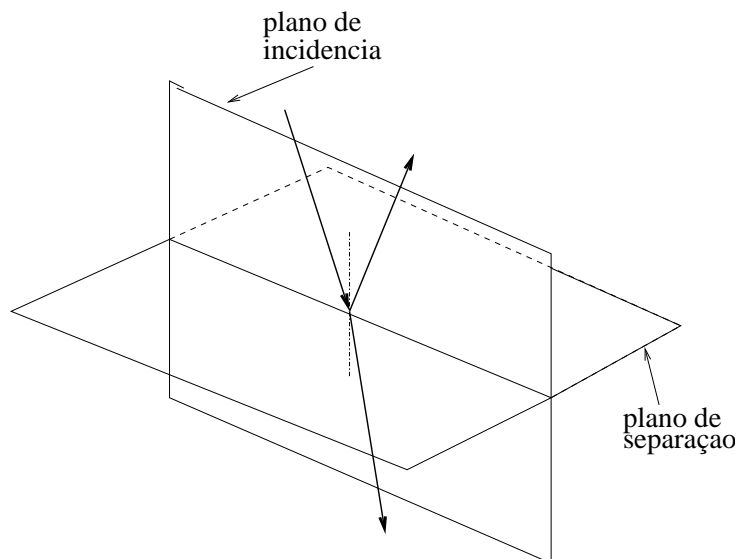
$$\varepsilon_1 (\vec{E}_{0i} + \vec{E}_{0r})_z = \varepsilon_2 (\vec{E}_{0t})_z \quad (1)$$

$$(\vec{B}_{0i} + \vec{B}_{0r})_z = (\vec{B}_{0t})_z \quad (2)$$

$$(\vec{E}_{0i} + \vec{E}_{0r})_{xy} = (\vec{E}_{0t})_{xy} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\mu_1} (\vec{B}_{0i} + \vec{B}_{0r})_{xy} = \frac{1}{\mu_2} (\vec{B}_{0t})_{xy} \quad (4)$$

O campo eléctrico e magnético da onda e.m. pode ser sempre decomposto segundo uma direcção paralela (\parallel_{pi}) e uma direcção perpendicular (\perp_{pi}) ao plano de incidência.



3.4 Energia transportada pelas ondas

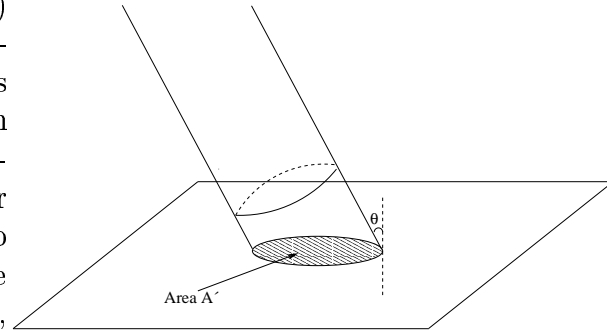
O fluxo de energia por unidade de área e por unidade de tempo (potência por unidade de área) transportada por uma onda e.m. é dado pelo vector de Poynting $|\vec{S}|$,

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

A potência média por unidade de área transportada por uma onda e.m. é designada por intensidade da radiação (ou simplesmente intensidade):

$$I \equiv \langle \vec{S} \rangle$$

Admitamos agora que existe um feixe de ondas monocromáticas de secção A a incidir numa superfície de separação. A área coberta pelo feixe incidente na superfície (A') dependerá do seu ângulo de inclinação (θ). (Claro está que os feixes reflectido e transmitido partilham a mesma área A' .) O fluxo de energia por unidade de área (e por unidade de tempo mas aqui não é relevante para a discussão) que incide na superfície de separação, depende também da inclinação da superfície em relação às frentes de onda:



$$\Phi_S = \oint_{A'} \vec{S} \cdot d\vec{S}$$

Assim, a intensidade de radiação incidente, reflectida ou transmitida por unidade de superfície, obtém-se como sendo:

$$I = \langle \vec{S} \cdot \vec{n} \rangle$$

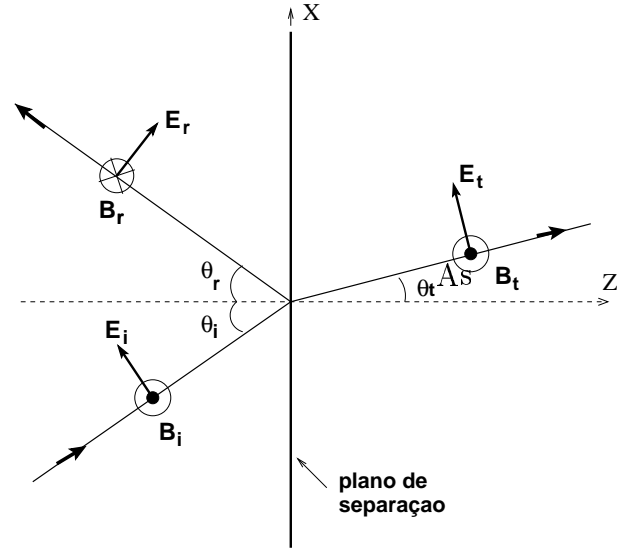
onde \vec{n} é o versor normal à superfície de separação.

3.5 Eqs. de Fresnel para uma onda polarizada paralelamente ao plano de incidência ($\parallel p_i$)

Suponhamos uma onda incidente polarizada paralelamente ao plano de incidência; isto é, cujo campo eléctrico é paralelo ao plano de incidência. Na figura ao lado encontram-se esquematizados os campos eléctrico e magnético existentes de um lado e outro da superfície de separação. O plano de incidência é o da folha de papel que está a ler!

Os sentidos do campo eléctrico são escolhidos arbitrariamente. A direcção e sentido do vector campo magnético resultam imediatamente do conhecimento do campo eléctrico e da direcção de propagação ($\vec{B} \propto \vec{k} \times \vec{E}$).

condições fronteira enunciadas atrás para os campos eléctrico e magnético resultam então no seguinte:



Condição (1):

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \left[-E_{0i} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) + E_{0r} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_r\right) \right] &= \varepsilon_2 \left[-E_{0t} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_t\right) \right] \\ \varepsilon_1 \left[-E_{0i} \sin(\theta_i) + E_{0r} \sin(\theta_r) \right] &= \varepsilon_2 \left[-E_{0t} \sin(\theta_t) \right] \\ E_{0i} - E_{0r} &= \frac{\varepsilon_2 \sin \theta_t}{\varepsilon_1 \sin \theta_i} E_{0t} \\ E_{0i} - E_{0r} &= \frac{n_2}{n_1} E_{0t} \end{aligned}$$

Condição (2):

Como não há campo magnético perpendicular à superfície de separação, esta condição é obviamente preenchida mas não contribui com qualquer informação adicional ($0 = 0$).

Condição (3):

$$\begin{aligned} E_{0i} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) + E_{0r} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_r\right) &= E_{0t} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_t\right) \\ E_{0i} \cos \theta_i + E_{0r} \cos \theta_r &= E_{0t} \cos \theta_t \\ E_{0i} + E_{0r} &= \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} E_{0t} \end{aligned}$$

Condição (4):

$$\begin{aligned} \frac{B_{0i}}{\mu_1} - \frac{B_{0r}}{\mu_1} &= \frac{B_{0t}}{\mu_2} \\ \frac{E_{0i}}{v_1 \mu_1} - \frac{E_{0r}}{v_1 \mu_1} &= \frac{E_{0t}}{v_2 \mu_2} \\ E_{0i} - E_{0r} &= \frac{v_1 \mu_1}{v_2 \mu_2} E_{0t} \\ E_{0i} - E_{0r} &= \frac{n_2}{n_1} E_{0t} \end{aligned}$$

onde se teve em conta que em geral nos meios dieléctricos $\mu_1 \simeq \mu_2 \simeq \mu_0$.

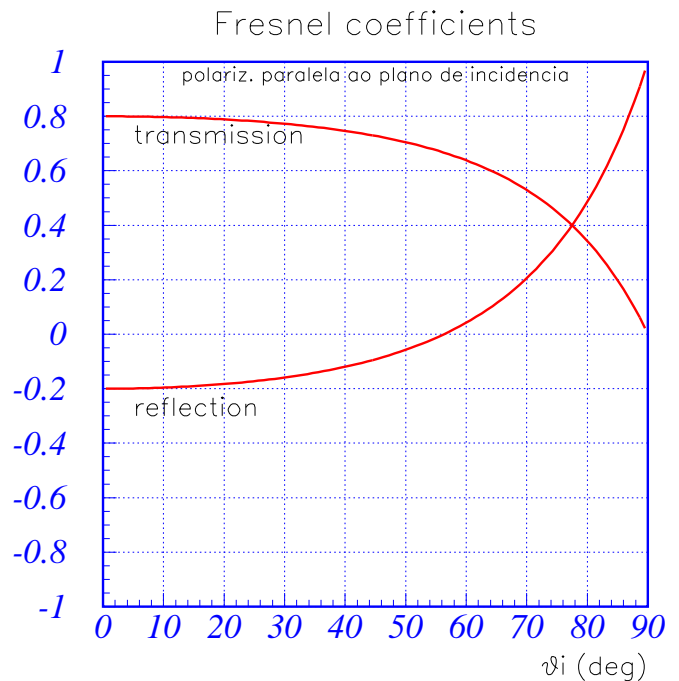
Vemos que as equações resultantes das condições fronteira (1) e (4) são equivalentes. Donde, para se obter o campo eléctrico das ondas reflectida e transmitida em termos do campo eléctrico da onda incidente, basta resolver o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} E_{0i} + E_{0r} = \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} E_{0t} \\ E_{0i} - E_{0r} = \frac{n_2}{n_1} E_{0t} \end{cases}$$

Obtêm-se então as **relações ou coeficientes de Fresnel**:

$$\begin{aligned} \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\parallel pi} &= \frac{1 - \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i}}{1 + \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i}} \\ \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\parallel pi} &= \frac{2}{\frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} + \frac{n_2}{n_1}} \end{aligned}$$

A figura mostra os coeficientes de Fresnel em função do ângulo de incidência da onda para uma transição ar-vidro ($n_1 \simeq 1 \leftrightarrow n_2 = 1.5$). É visível que o sentido do campo eléctrico assumido para a onda transmitida está correcto para qualquer ângulo θ_i e que o campo eléctrico da onda reflectida está desfasado de 180° inicialmente e depois inverte o sentido.



3.5.1 Ângulo de Brewster

Vemos que existe um ângulo de incidência θ_B para o qual não existe campo eléctrico associado à onda reflectida:

$$1 - \frac{n_2 \cos \theta_B}{n_1 \cos \theta_t} = 0 \Rightarrow n_2 \cos \theta_B = n_1 \cos \theta_t$$

Tendo em conta a lei de Snell:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$$

obtém-se:

$$\sin \theta_t \cos \theta_t = \sin \theta_i \cos \theta_i$$

Tendo agora em conta a igualdade trigonométrica:

$$\sin(2u) = 2 \sin u \cos u$$

ficamos com:

$$\sin 2\theta_i = \sin 2\theta_t$$

A solução desta equação é a seguinte:

$$2\theta_i = -(2\theta_t - \pi) \Rightarrow \theta_i + \theta_t = \pi/2$$

Recorrendo de novo à relação de Snell e tendo em conta que $\sin(\pi/2 - \theta_i) = \cos \theta_i$, obtemos para o ângulo de incidência da onda:

$$\boxed{\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}}$$

Este é o chamado $\theta_B \equiv$ **ângulo de Brewster**. Para uma onda a transitar do ar para o vidro, o ângulo de Brewster tem o valor de $\theta_B = 56.3^\circ$.

3.5.2 Coeficientes de Reflexão e Transmissão

O **coeficiente de reflexão R** corresponde à fracção de energia da onda incidente que é reflectida:

$$R \equiv \frac{I_r}{I_i} = \frac{1/2\varepsilon_1 v_1 E_{0r}^2 \cos \theta_r}{1/2\varepsilon_1 v_1 E_{0i}^2 \cos \theta_i} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)^2$$

O **coeficiente de transmissão T** corresponde à fracção de energia da onda incidente que é transmitida:

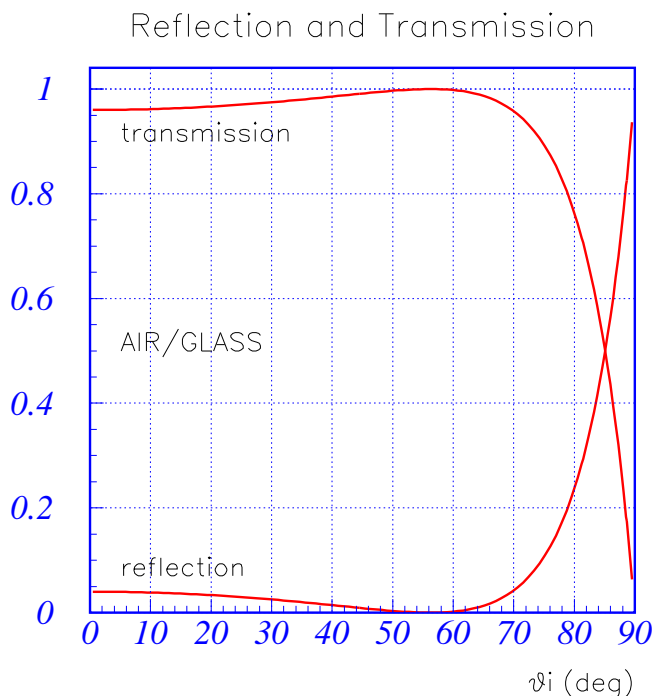
$$T \equiv \frac{I_t}{I_i} = \frac{1/2\varepsilon_2 v_2 E_{0t}^2 \cos \theta_t}{1/2\varepsilon_1 v_1 E_{0i}^2 \cos \theta_i} = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)^2$$

$$R_{\parallel pi} = \left(\frac{1 - \frac{n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t}}{1 + \frac{n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t}} \right)^2$$

$$T_{\parallel pi} = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \left(\frac{2}{\frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} + \frac{n_2}{n_1}} \right)^2$$

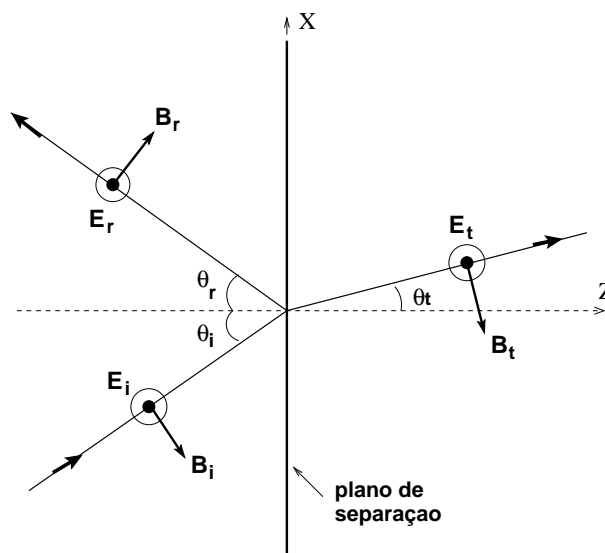
Exercício: Mostre que $R + T = 1$.

Na figura junta mostram-se os coeficientes de reflexão e transmissão para uma transição ar-vidro. À medida que o ângulo de incidência aumenta a transmissão é cada vez menor e portanto a fracção de luz reflectida cada vez maior.



3.6 Eqs. de Fresnel para uma onda polarizada perpendicularmente ao plano de incidência ($\perp pi$)

Suponhamos agora a existência de uma onda a incidir no plano de separação com uma polarização perpendicular ao plano de incidência; isto é, o campo eléctrico é perpendicular à folha de papel que está a ler!



As condições fronteira enunciadas atrás para os campos eléctrico e mag-

nético resultam então no seguinte:

Condição (1): Como não há campo eléctrico na direcção perpendicular ao plano de separação, esta condição não contribui.

Condição (2):

$$\begin{aligned} B_{0i} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) + B_{0r} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_r\right) &= B_{0t} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_t\right) \\ B_{0i} + B_{0r} &= \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} B_{0t} \end{aligned}$$

Condição (3):

$$E_{0i} + E_{0r} = E_{0t}$$

Condição (4):

$$\begin{aligned} -\frac{B_{0i}}{\mu_1} \cos \theta_i + \frac{B_{0r}}{\mu_1} \cos \theta_r &= -\frac{B_{0t}}{\mu_2} \cos \theta_t \\ E_{0i} - E_{0r} &= \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} E_{0t} \end{aligned}$$

Exercício: Mostre que as condições fronteira (2) e (3) são equivalentes.

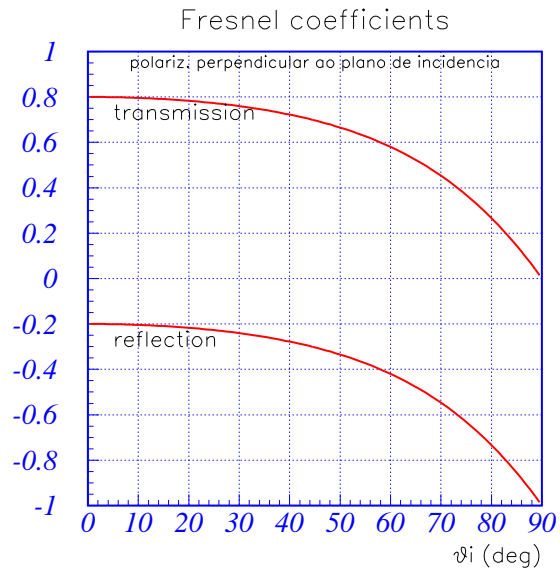
Os coeficientes de Fresnel derivam-se resolvendo o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} E_{0i} + E_{0r} = E_{0t} \\ E_{0i} - E_{0r} = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} E_{0t} \end{cases}$$

Obtêm-se então os seguintes coeficientes de Fresnel para uma onda polarizada perpendicularmente ao plano de incidência:

$$\begin{aligned} \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\perp pi} &= \frac{1 - \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i}}{1 + \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i}} \\ \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\perp pi} &= \frac{2}{1 + \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i}} \end{aligned}$$

A figura mostra os coeficientes de Fresnel em função do ângulo de incidência da onda para uma transmissão ar-vidro. É visível que o sentido do campo eléctrico assumido para a onda transmitida está correcto para qualquer ângulo θ_i e que o campo eléctrico da onda reflectida tem o sentido contrário ao indicado no diagrama do início da secção.



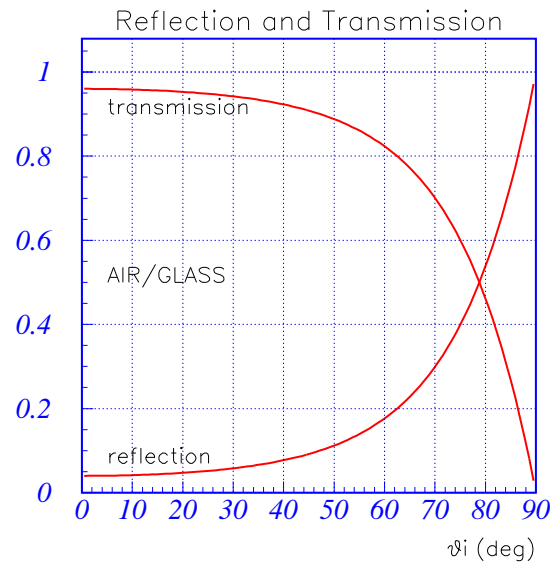
3.6.1 Coeficientes de Reflexão e Transmissão

Os coeficientes de reflexão e transmissão obtêm-se como:

$$R_{\perp pi} = \left(\frac{1 - \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i}}{1 + \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i}} \right)^2$$

$$T_{\perp pi} = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \left(\frac{2}{1 + \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i}} \right)^2$$

A figura mostra os coeficientes de reflexão e transmissão em função do ângulo de incidência, para uma transição ar-vidro.



4 Comentários finais

Os coeficientes de reflexão e transmissão que foram deduzidos só são aplicáveis a uma onda que tenha somente componente paralela ou perpendicular ao plano de incidência. De outro modo, se a onda possuir ambas as componentes então há que fazer as contas a partir dos coeficientes de Fresnel deduzidos.