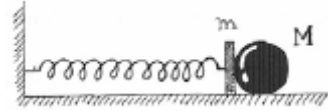


8ª Série de Problemas

Mecânica e Ondas

LEE/LEGI

1. Uma mola de constante $k = 100 \text{ N/m}$ está ligada a uma massa $m = 0,6 \text{ kg}$, que pode deslizar sem atrito sobre uma mesa horizontal. Comprime-se a mola fazendo-a encurtar $0,1 \text{ m}$. Encosta-se à massa m uma esfera com $M = 0,4 \text{ kg}$ e liberta-se a mola. (Ver figura). Supondo que a esfera desliza sem rolar, qual a velocidade com que se separa de m ?



2. Consideremos uma mola de comprimento natural $l_0 = 10 \text{ cm}$ e massa desprezável, tendo suspensa na extremidade uma massa $m = 2 \text{ kg}$. A constante de restituição da mola é $k = 100 \text{ N/m}$.

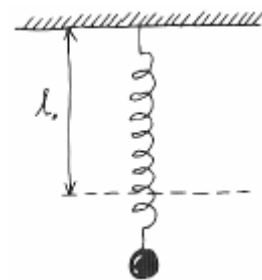
2.a) Qual a posição l_{eq} de equilíbrio do sistema?

2.b) Para pequenos deslocamentos verticais $x \ll l$ ($l = l_{eq} + x$) em relação ao ponto de equilíbrio, determine a equação do movimento do sistema.

2.c) Se a massa for puxada para baixo 1 cm e depois largada, qual a solução dessa equação? Determine a frequência e a amplitude do movimento.

Determine ainda a energia cinética e a energia potencial em função do tempo.

2.d) Caso este sistema estivesse na Lua, o que se alteraria?



3. Dois carros com igual massa movem-se sem atrito sobre uma mesa horizontal (ver figura). Estão ligados por uma mola de coeficiente de restituição k e comprimento l_0 . No instante inicial, o carro 1 desloca-se com velocidade v_0 e o carro 2 está parado.

3.a) Determine a velocidade do centro de massa. Qual o movimento do centro de massa?

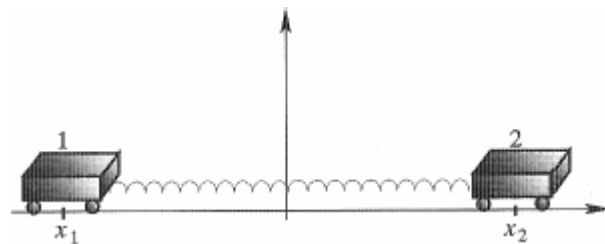
3.b) Escreva as equações do movimento a partir de $\mathbf{F} = m \mathbf{a}$.

3.c) Como varia a posição de cada carro em função do tempo em relação ao referencial do centro de massa? Qual a frequência do movimento?

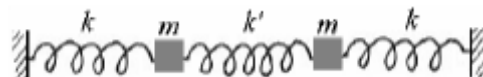
3.d) Como varia a posição e o momento linear de cada carro em função do tempo em relação ao referencial do laboratório?

3.e) Escreva o lagrangeano do sistema no referencial do laboratório e obtenha as equações do movimento.

3.f) Repita a alínea anterior usando como coordenadas generalizadas a distância entre os dois carros, $x = x_2 - x_1$, e a posição do centro de massa, X_{CM} . Compare com os resultados anteriores.



4. Duas massas iguais estão ligadas por meio de molas entre si e a duas extremidades fixas, segundo a mesma



direcção (ver figura). As molas que ligam as massas às extremidades têm constante de restituição k e a mola que liga as duas massas tem constante de restituição k' .

4.a) Escreva o lagrangeano do sistema. (*Sugestão:* tome como coordenadas generalizadas os deslocamentos das massas em relação às suas posições de equilíbrio)

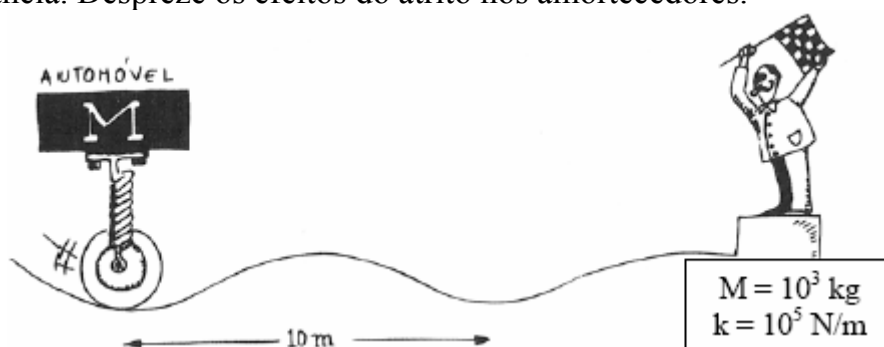
4.b) Determine as equações do movimento e resolva-as. Quais as frequências características do sistema?

4.c) Descreva o movimento do sistema se ambas as massas foram largadas com um deslocamento d em relação às posições de equilíbrio.

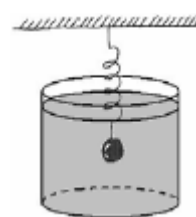
4.d) Descreva o movimento do sistema se as massas foram largadas com deslocamentos simétricos, $d_1 = d$ e $d_2 = -d$, em relação às posições de equilíbrio.

4.e) Descreva o movimento do sistema se apenas a massa 1 for largada com um deslocamento d em relação à sua posição de equilíbrio, ao passo que a massa 2 está inicialmente em repouso com deslocamento nulo. Verifique a existência de batimentos. Escreva esta solução do movimento como uma sobreposição das soluções das alíneas 4.c) e 4.d).

5. Dada a estrada representada na figura, com um automóvel a deslocar-se sobre ela, determine a velocidade do automóvel para a qual o sistema entra em ressonância. Despreze os efeitos do atrito nos amortecedores.



6. Consideremos um sistema semelhante ao do Problema 2, mas com a massa imersa em água (ver figura). A mola tem comprimento natural $l_0 = 10$ cm, massa desprezável e constante de mola $k = 0,1$ N/m. O corpo suspenso é uma esfera de massa $m = 10$ g e raio $R = 1$ cm. A densidade da água é $\rho = 1$ kg/L e a sua viscosidade é $\eta = 0,1$ Nm⁻²s. A força de atrito que a água exerce sobre a esfera é dada, em módulo, por $6\pi R \eta v$, onde v é a velocidade da esfera.



6.a) Qual a posição l_{eq} de equilíbrio do sistema?

6.b) Para pequenos deslocamentos verticais $x \ll l$ ($l = l_{eq} + x$) em relação ao ponto de equilíbrio, determine a equação do movimento do sistema.

6.c) Se a massa for puxada para baixo 1 cm e depois largada, qual a solução dessa equação? Determine a frequência, a amplitude e a fase inicial do movimento. Ao fim de quanto tempo é que a amplitude se reduz a metade?

6.d) Nas condições da alínea anterior, qual seria a solução da equação do movimento se, em lugar da água, tivéssemos um líquido com densidade semelhante e viscosidade $\eta = 1$ Nm⁻²s?

