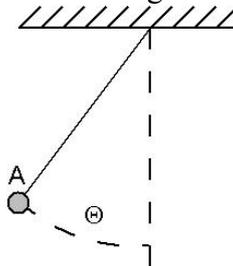


**7ª Série de Problemas**  
**Mecânica e Ondas**  
**LEE/LEGI**

1. Uma maçã com 100 g de massa cai de uma altura de 4,9 m.
  - 1.a) Qual o valor da Ação entre o instante inicial ( $t=0$ ) e o instante em que a maçã atinge o chão ( $t=1$ ) ?
  - 1.b) Se na lei da queda dos graves, a velocidade fosse constante ou variasse com  $t^2$ , quanto valeria a ação calculada entre os mesmos pontos ( $t_0 = 0$  s,  $x_0 = 4,9$  m; e  $t_1 = 1$  s,  $x_1 = 0$  m)?
  - 1.c) Pode concluir, a partir destes cálculos, isto é, sem resolver as equações de Euler-Lagrange, qual destas três leis descreve a queda dos graves ?

2. Considere o pêndulo simples representado na figura e movimento apenas no plano vertical. O fio tem comprimento  $l = 2$  m, e a esfera A tem uma massa  $m = 1$  kg.

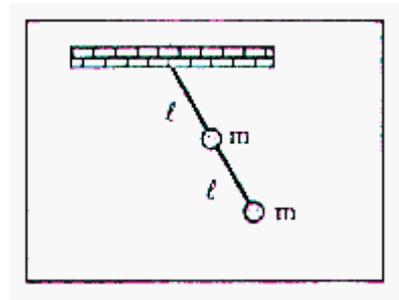
- 2.a) Identifique os graus de liberdade e escreva o lagrangeano do sistema (sugestão: considere como coordenada o ângulo  $\theta$  do pêndulo com a vertical).



- 2.b) Escreva a equação do movimento.
- 2.c) Sabendo que para pequenos ângulos,  $\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t + \alpha)$  é solução da equação  $\ddot{\theta} + C \sin \theta = 0$  (em que  $C$  é uma constante), calcule a frequência angular  $\omega$ .

3. Considere o sistema representado na figura, constituído por dois corpos iguais unidos por meio de uma haste rígida de comprimento  $2l$  e massa desprezável. O sistema oscila em torno do ponto de suspensão sem qualquer tipo de atrito. Considere  $m = 0,2$  kg e  $l = 0,5$  m.

- 3.a) Identifique os graus de liberdade e escreva o lagrangeano do sistema.

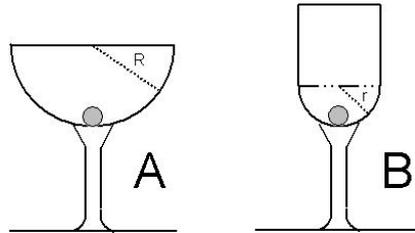


- 3.b) A partir do lagrangeano obtenha a(s) equação(ões) do movimento.

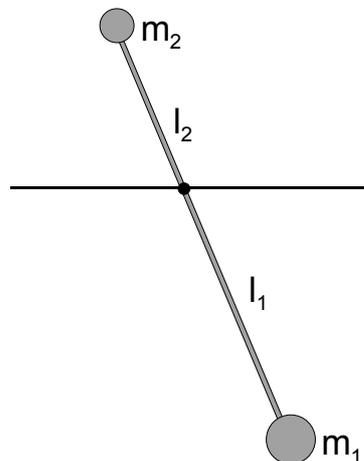
- 3.c) Determine a frequência do movimento para pequenas oscilações.

- 3.d) Acha que a frequência das oscilações seria alterada se o corpo a meio da haste tivesse uma  $m' = 0,4$  kg ? E se ambos os corpos tivessem uma massa  $m' = 0,4$  kg? Justifique.

4. Uma ginja oscila no fundo de um copo (ver figura a). A superfície do copo é esférica, de raio 3 cm e a ginja tem 0.010 kg de massa. Despreze o atrito da ginja com a superfície do copo.



- 4.a) Sabendo que a ginja foi largada a partir do bordo do copo sem velocidade inicial, calcule a velocidade máxima e velocidade angular máxima atingidas.
- 4.b) Calcule a frequência angular e o período da ginja para pequenas oscilações junto do fundo do copo ( $\theta$  pequeno).  
Se a ginja fosse largada num copo estreito (ver figura b), a frequência angular das oscilações era maior ou menor? Porquê?
5. Uma massa  $m$  está presa ao tecto por um fio inextensível de comprimento  $l$  (pêndulo cónico). Considere o fio leve e sob tensão, e despreze a resistência do ar.
- 5.a) Escreva o lagrangeano do sistema em função do ângulo polar que o fio faz com a vertical e em função do ângulo azimutal que um plano vertical contendo o fio faz com outro plano vertical fixo (de referência).
- 5.b) Escreva as equações do movimento a partir das equações de Lagrange. Estude o caso particular em que o ângulo polar é constante, obtendo a relação entre esse ângulo polar e a velocidade de rotação em torno do eixo vertical.
6. Considere o sistema representado na figura, constituído por dois corpos de massas  $m_1=0.7$  kg e  $m_2=0.3$  kg unidos por meio de uma haste rígida de comprimento  $5$  m e massa desprezável. O sistema oscila em torno do ponto de suspensão sem qualquer tipo de atrito. Considere  $l_1=3$  m e  $l_2=2$  m.



- 6.a) Identifique os graus de liberdade e escreva o lagrangeano do sistema.
- 6.b) A partir do lagrangeano obtenha a(s) equação(ões) do movimento.
- 6.c) Determine a frequência do movimento para pequenas oscilações.
- 6.d) Como se alterava a frequência de oscilação para  $l_1 = l_2$ ? E para o caso  $l_1 = l_2$  e  $m_1 = m_2$ ?