



DURAÇÃO: 1h30 (2º Teste – Problemas 3,4,5), 2h30 (Exame)

Constantes úteis: $V_{SOM}=340$ m/s; $G_N=6,67 \times 10^{-11}$ Nm²Kg⁻²; $M_T=6 \times 10^{24}$ Kg; $R_T=6,4 \times 10^6$ m;
 $Vol_{ESFERA}=4\pi r^3/3$; $c=299\,792\,458$ m/s

(4.0) 1) Um estudante da L.E.G.I. está fazendo testes com uma corda esticada com 1.0 m de comprimento e pesando 0.2 Kg, pendurada no tecto da sala (preparando-se para futuras OPA's, fusões e cobranças difíceis). Constata que a maior 'massa' que pode pendurar na corda é de 80 Kg.
(1.0) a) Qual a velocidade máxima com que uma vibração na corda se pode nela propagar? (se não calculou esta alínea use $v_{max}=80$ m/s)

O Detective Sherlock Holmes e o seu ajudante Dr. Watson foram chamados para investigar o caso em que, na mesma sala totalmente vazia e hermeticamente fechada por dentro, apareceu além de uma poça de água o conhecido empresário Estêvão Empregos [nome profissional], pesando 784 N, suspenso a 0.5 do chão pela corda referida em cima (são públicas as suas divergências em relação aos termos de um contrato de associação com um tal de Guilherme Portões, conhecido membro do crime organizado).

(1.0) b) Suponha que quando o Detective chega ao local, encontra um estudante de L.E.E. que afirma não ter tocado em nada e ter ouvido um som grave com comprimento de onda $\lambda_{ar}=13$ m (aleadamente devido à vibração na corda de uma onda estacionária). Logo o Dr. Watson comentou que o estudante não podia estar a falar verdade (e também como é que a vítima lá teria ido parar sozinha?! Porque é que o Dr. Watson achou que o jovem não podia ter ouvido ondas sonoras com o comprimento de onda referido?

(2.0) c) “– Ah, mas o jovem vinha a fugir do local! Ele está inocente!” – disse logo o Detective. Admitindo que desta vez o jovem está inocente, qual a velocidade mínima que ele teria de ter ao fugir do local? (se não concluiu a alínea anterior, admita que a corda emitia uma onda sonora com frequência $f=40$ Hz e calcule a velocidade do estudante)

(0.0) d) Já agora como explicaria o Detective a forma como a vítima lá foi parar?
Nota: Excluindo S.H., Dr. W. e os estudantes, quaisquer semelhanças entre os nomes e pessoas reais neste problema são puras coincidências.

(4.0) 2) Um aluno de LEE e um aluno de LEGI jogam à bola na Estação Espacial Internacional, em ambiente equivalente a micro-gravidade. O primeiro aluno, com uma massa de 100 Kg, atira a bola de 5 Kg com uma velocidade igual a 10 m/s ao segundo aluno, com massa de 50 Kg, que a agarra.

Desprezando o movimento da E.E.I.,

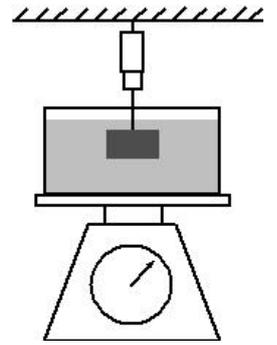
(1.0) a) Qual a velocidade de recuo do primeiro aluno após ter lançado a bola?

(1.0) b) Qual a velocidade do segundo aluno após ter recebido e segurado a bola?

(1.0) c) Qual a velocidade do centro de massa do conjunto dos alunos e da bola?

(1.0) d) Qual a velocidade da E.E.I. em relação ao I.S.T. (quando passa em órbita a 400 Km de altitude por cima do I.S.T.)? Há alguma vantagem para o aluno que atira a bola no sentido de movimento da Estação?

(4.0/6.0) 3) Um corpo **esférico** está suspenso de um dinamómetro e imerso em água. A mola do dinamómetro tem comprimento natural $l_0 = 10$ cm e constante de mola $k = 0,1$ N/m. O corpo suspenso tem massa $m = 2$ Kg e raio $R = 4$ cm. A densidade da água é $\rho = 1$ kg/L e a força de atrito que a água exerce sobre a esfera é dada, em módulo, por $0.075v$ (N), onde v é a velocidade da esfera em m/s. O balde que contém 2 L de água e que pesa 1 Kg, está colocado em cima de uma balança.



- (1.0/1.5) a) Quanto marcam o dinamómetro (em N) e a balança (em Kg)?
 (1.0/1.5) b) Qual o comprimento (da mola do dinamómetro) no equilíbrio?
 (1.0/1.5) c) Para pequenos deslocamentos verticais $x \ll l$ ($l = l_{eq} + x$) em relação ao ponto de equilíbrio, determine a equação do movimento do sistema, considerando a balança travada.

(1.0/1.5) d) Se a balança for destravada e considerando a água solidária com o balde (balde tapado), e tendo a mola da balança constante elástica $K = 980$ N/m (e comprimento de equilíbrio $L_{eq} = 20$ cm), quais as novas equações do movimento? (note que agora a força de atrito entre o corpo suspenso e a água é $0.075v$ (N) em que v é a velocidade **relativa** entre o corpo e a água)

(4.0/7.0) 4) Uma nave espacial tem comprimento próprio $L_0 = 200$ m e viaja com velocidade $v = 0.95c$ da base Alfa da Lua para a Terra no dia fatídico em que uma explosão nuclear na Lua a enviou para fora da órbita terrestre. Imagine que o Capitão da nave está no centro da nave e que envia no instante inicial e simultaneamente dois feixes de luz, um para cada extremo oposto da nave (à frente e atrás), onde actuam um mecanismo de abertura automática de portas.

- (1.5/2.5) a) Calcule no referencial da nave ao fim de quanto tempo abrem as portas. Para o Capitão elas abrem ao mesmo tempo? Se não, calcule o intervalo de tempo entre as respectivas aberturas.
 (1.5/2.5) b) Calcule no seu referencial (a Terra e com o tempo inicial sincronizado com o do Capitão) ao fim de quanto tempo abre cada uma das portas. Para si elas abrem ao mesmo tempo? Se não, calcule o intervalo de tempo entre as respectivas aberturas.
 (1.0/2.0) c) Se o Capitão correr para si com velocidade $v' = 0.05c$ (dentro da nave), qual a velocidade dele no seu referencial (da Terra)?
 (0.0/0.0) d) Em que data é que ocorreu essa explosão e qual o nome do comandante da base Alfa?

(4.0/7.0) 5) Na figura, um depósito de água de grande superfície aberto está colocado a 10 m de altura sobre outro tanque fechado. Considere que o nível da água no depósito indica 10 m. Liga-se um tubo ao tanque, segundo um ângulo de 30° , tendo o tubo comprimento $L = 3$ m e diâmetro B muito inferior à superfície do depósito.

- (2.0/4.0) a) Qual a altura máxima a que sobe a água?
 (1.0/1.5) b) Suponha que se coloca um alguidar largo e de massa igual a 1 Kg, para recuperar toda a água ejetada, sobre uma balança com a mesma altura do tanque. Se o raio da secção do tubo for $r = 0.01$ m, quanto tempo leva a encher o alguidar de 50 L?
 (1.0/1.5) c) Após o alguidar receber 5 L, quanto marca a balança (lembre-se que está a cair água e despreze os salpicos e atrito com o ar)?

